UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DA MATEMÁTICA

Viviane Raquel Backendorf

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA DE MEDIDAS DE COMPRIMENTO E SUPERFÍCIE NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO DE CASO

Porto Alegre

2010

Viviane Raquel Backendorf

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA DE MEDIDAS DE COMPRIMENTO E SUPERFÍCIE NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO DE CASO

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Ensino da Matemática,** sob a orientação da **Profª. Drª. Elisabete Zardo Burigo.**

Porto Alegre

2010

Viviane Raquel Backendorf

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA DE MEDIDAS DE COMPRIMENTO E SUPERFÍCIE NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO DE CASO

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Instituto de Matemática
Mestrado Profissionalizante em Ensino da Matemática

Porto Alegre, março de 2010.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz – UnB

Profª. Drª. Cydara Cavedon Ripoll – UFRGS

Prof. Dr. Marcus Vinícius de Azevedo Basso – UFRGS

DEDICATÓRIA

A toda minha família, em especial ao meu esposo Roque e Filho Bernardo.

AGRADECIMENTOS

A meus pais Emídio (in memorian) e Nelci

Ao meu esposo Roque e filho Bernardo

Aos meus irmãos Carla e Junior

A todos os meus familiares

À professora orientadora Drª Elisabete

Aos professores do Curso de Mestrado

Aos professores da Banca Examinadora

Aos meus colegas de Curso, em especial à Liliane

A todos os meus amigos

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática que abordasse o tema das medidas de comprimento e área, numa turma da quarta série (quinto ano) do Ensino Fundamental. Decidiu-se desenvolver essa pesquisa em virtude de dificuldades apresentadas por alunos de Ensino Médio e egressos das escolas, relacionadas ao tema das grandezas e medidas. Este tema esteve presente em algum momento de seu processo de escolarização. Acredita-se que as incompreensões dos conceitos estejam relacionadas a um ensino baseado na utilização e memorização de regras e fórmulas. Elaborou-se, então, uma proposta de ensino apostando na construção dos conceitos desde as primeiras séries do Ensino Fundamental, onde inicia-se o estudo dos conceitos de grandezas e medidas. A pesquisa foi desenvolvida como estudo de caso, e a sequência didática foi aplicada numa turma de quarta série de uma escola municipal do município de Travesseiro, Rio Grande do Sul. Durante todo o processo de construção, implementação e avaliação da sequência, recorreu-se a estudos que tratam do ato de medir, da construção de conceitos, da utilização das estruturas multiplicativas e do desenvolvimento cognitivo das crianças para compreender e analisar as estratégias e os métodos utilizados pelos alunos envolvidos na pesquisa para resolver determinadas situações. Analisando os resultados, verificou-se que é possível promover a compreensão e construir o conceito de medida com alunos da quarta série (quinto ano) do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Ensino-aprendizagem de medidas, construção dos conceitos de grandezas e medidas, estruturas multiplicativas, Ensino de Matemática, Educação Matemática.

ABSTRACT

The objective of this work was to elaborate, to apply and to analyze a didactic sequence to approach the theme of the length and area measures, in a group of the fourth grade (fifth year) of the Elementary School. The difficulties presented by students of the High School and egress of the schools, related to the theme of the greatness and measures, that motivated the research. This theme was present in some moments of their scholarship process. It is believed that the incomprehensions of the concepts are related to a teaching based on the use and memorization of rules and formulas. There was elaborated, then, a teaching proposal betting in the construction of the concepts from the first series of the Elementary School, where the student begins the study of the concepts of greatness and measures. The research was developed as a case study, and the didactic sequence was applied in a group of the fourth grade of a municipal school of the municipal district of Travesseiro, Rio Grande do Sul. During the whole construction process, implementation and evaluation of the sequence, we referred to studies that treat of the act of measuring, the construction of concepts, the use of the multiplicative structures and the children's cognitive development to understand and to analyze the strategies and the methods used by the students involved in the research to solve certain situations. Analyzing the results, it was verified that it is possible to promote the understanding and to build the measure concept with students of the fourth grade (fifth year) of the Elementary School.

Word-key: Teaching-learning of measures, construction of the concepts of greatness and measures, multiplicative structures, Teaching of Mathematics, Mathematical Education.

LISTA DAS FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino da matemática, no Brasil, sempre foi e continua sendo alvo de discussões em função das várias dificuldades apresentadas pelos alunos, seja na escola ou fora dela.

Um dos temas sobre o qual os alunos ou egressos das escolas pouco sabem e que está diretamente relacionado à nossa vida, é o tema das grandezas e medidas. Existe uma confusão muito grande entre unidades, conversões de unidades, cálculos de perímetro, área e volume. Mesmo tendo estudado em algum momento da vida escolar o tema das grandezas e medidas, os alunos apresentam dificuldades em aplicá-lo em situações de seu cotidiano, ou seja, em situações fora da escola. Casos em que há a necessidade de calcular a quantidade de tela necessária para cercar um terreno, quantidade de lajotas para colocar no assoalho de um determinado espaço da casa podem parecer simples, mas apresentar uma enorme dificuldade para quem precisa resolvê-las.

Em função dessa problemática, nossa preocupação foi elaborar uma sequência didática que abordasse o tema das medidas de comprimento e área. Queríamos, com a aplicação da proposta, construir os conceitos de grandezas e medidas, e a compreensão das operações envolvidas, através da conversão de unidades. Mas, para que esses conceitos ficassem mais próximos da realidade e facilitassem sua aplicação fora da sala de aula, envolvemos situações do cotidiano.

Apresentamos, na seqüência, a organização de nossa pesquisa.

No primeiro capítulo justificamos o motivo pelo qual decidimos realizar essa pesquisa, baseada em dados coletados a respeito das dificuldades apresentadas por estudantes e egressos das escolas em relação ao tema das grandezas e medidas. Apresentamos as questões norteadoras da pesquisa. Explicamos a opção por construir uma proposta a ser implementada numa turma de 4ª série[1] do Ensino Fundamental. Apresentamos a metodologia utilizada e o que nos levou a realizar uma pesquisa qualitativa em forma de estudo de caso.

No segundo capítulo, colocamos os referenciais teóricos, os quais foram nossa base para justificar as atividades elaboradas que compõem a sequência

[1] A 4ª série do Ensino Fundamental de 8 anos corresponde ao 5º ano do Ensino Fundamental de 9 anos.

didática, bem como para interpretar os resultados obtidos. Apresentamos ideias bem fundamentadas de alguns estudiosos da psicologia cognitiva e da matemática sobre o tema das medidas e a construção de conceitos.

No terceiro capítulo, apresentamos a proposta de ensino-aprendizagem que foi aplicada aos alunos de uma turma de 4ª série[2] do Ensino Fundamental. No início, fazemos a caracterização de cada uma das partes envolvidas na pesquisa, como o município, a escola e a turma. Num segundo momento, são relatados os objetivos da proposta, que está organizada em blocos, de acordo com a teoria na qual nos baseamos para desenvolver a pesquisa. Num terceiro momento, é apresentado um relato comentado da implementação da proposta, incluindo as soluções apresentadas pelos alunos participantes da pesquisa. Nessa parte são apresentados comentários sobre as atividades e seu desenvolvimento, baseados na teoria consultada. Ainda, nesse capítulo é feita uma análise geral da implementação da proposta, abordando os principais aspectos.

Nas Considerações Finais, faz-se uma reflexão final sobre a pesquisa com a sistematização dos resultados, respondendo às questões norteadoras. São avaliados também os aspectos que me fizeram repensar a atuação pedagógica, a partir da pesquisa realizada.

[2] A 4ª série do Ensino Fundamental de 8 anos corresponde ao 5º ano do Ensino Fundamental de 9 anos.

2 JUSTIFICATIVA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

2.1 POR QUE O TRABALHO COM MEDIDAS NA 4ª SÉRIE (5º ANO) DO ENSINO FUNDAMENTAL?

Nos processos de formação de professores, bem como nas referências sobre o ensino da matemática, enfatiza-se a importância de uma metodologia adequada, que promova a compreensão, pelo aluno, do que é ensinado nas aulas de matemática, principalmente nas primeiras séries do Ensino Fundamental. Incentiva-se uma metodologia que leve o aluno a construir o conhecimento e os conceitos envolvidos em um tema. Estimula-se a utilização de situações do cotidiano do aluno para que ele atribua significados a esses conceitos e, de fato, aprenda.

No entanto, nós, professores, supervalorizamos alguns conteúdos enquanto muitas questões práticas da vida das pessoas são esquecidas. Muitas vezes, insistimos nos cálculos e nas operações ao invés de utilizá-las em situações que envolvem medidas de tempo, comprimento, superfície, massa e volume. De uma forma equivocada, frequentemente tratamos com muita importância o ensino do algoritmo das operações básicas e esquecemos de trabalhar com situações-problema, que além de envolver a manipulação de operações levem o aluno a buscar soluções de maneiras diferentes e otimizadoras.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)[3], "Grandezas e Medidas" consta como um dos temas a serem abordados durante o ano letivo, no 5º ano do Ensino Fundamental. Na Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro Pretto[4], elaboramos os Planos de Estudos de acordo com o que propõem os Parâmetros Curriculares Nacionais.

Como segue, listamos alguns objetivos da Matemática para o segundo ciclo, no qual enquadra-se o 5º ano do Ensino Fundamental, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> • Construir o significado das medidas, a partir de situações-problema que expressem seu uso no contexto social e em outras áreas do conhecimento e possibilitem a comparação de grandezas de mesma natureza.

---

[3] BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.
[4] Escola em que foi aplicada a sequência didática.

> • Utilizar procedimentos e instrumentos de medida usuais ou não, selecionando o mais adequado em função da situação-problema e do grau de precisão do resultado.
> • Representar resultados de medições, utilizando a terminologia convencional para as unidades mais usuais dos sistemas de medida, comparar com estimativas prévias e estabelecer relações entre diferentes unidades de medida. (BRASIL. MEC, 1997, p. 82)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais tratam também dos conteúdos conceituais e procedimentais da matemática neste ciclo:

> • Identificação de grandezas mensuráveis no contexto diário: comprimento, massa, capacidade, superfície, etc.
> • Reconhecimento e utilização de unidades usuais de medida como metro, centímetro, quilômetro, grama, miligrama, quilograma, litro, mililitro, metro quadrado, alqueire, etc.
> • Estabelecimento das relações entre unidades usuais de medida de uma mesma grandeza.
> • Reconhecimento dos sistemas de medida que são decimais e conversões usuais, utilizando-as nas regras desse sistema.
> • Utilização de procedimentos e instrumentos de medida, em função do problema e da precisão do resultado.
> • Utilização do sistema monetário brasileiro em situações-problema.
> • Cálculo de perímetro e de área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparação de perímetros e áreas de duas figuras sem uso de fórmulas. (BRASIL. MEC, 1997, p. 90)

Com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais e em estudos realizados, acredita-se que os alunos de 5º ano do Ensino Fundamental apresentam-se em condições de construir os conceitos de grandezas e medidas. Nessa etapa, vários conceitos já foram construídos por eles, principalmente no que diz respeito aos números e operações. Os números naturais já estão bem definidos nesses alunos, enquanto o conceito de número fracionário e decimal está sendo construído. A adição e a subtração de números naturais, por exemplo, são operações que foram abstraídas por alunos dessa série. Já os conceitos de multiplicação e divisão ainda estão sendo desenvolvidos. E, todos esses conceitos terão sua participação na construção dos conceitos de grandezas e medidas.

Mas, tratando-se do ensino das medidas nas escolas, geralmente deixa-se esse conteúdo para o final do ano. Com a falta de tempo, simplesmente “passa-se o conteúdo”. Eu, particularmente, desenvolvia esse tema sem a preocupação de que ocorresse a construção do conceito de medida, muito menos da unidade. Partia diretamente para a utilização de instrumentos e solicitava o resultado da medição de objetos.

Além disso, é comum planejar-se as aulas conforme sugerem alguns autores de livros didáticos, cujas propostas muitas vezes são aproveitáveis, desde que sejam adaptadas. No entanto, quando o professor não as adapta ao cotidiano do aluno, podem aparecer de maneira estereotipada, ou seja, de forma deslocada em relação à realidade do aluno. Também é comum planejar-se as aulas com a apresentação de regras ou fórmulas para que o aluno simplesmente, a partir delas, consiga resolver os exercícios propostos de forma mecânica.

Em consulta a vários livros didáticos de Matemática do 5º e do 6º ano [5], encontraram-se regras para a conversão de unidades de medida, por exemplo. A mais comum é aquela na qual o aluno preenche uma tabela onde cada coluna corresponde a um múltiplo ou submúltiplo do metro; cada algarismo do valor inicial da medida é escrito numa coluna, cuidando-se para que a unidade da parte inteira desse valor fique na coluna da unidade de medida dada; a vírgula é deslocada para a direita ou para a esquerda até a coluna da unidade de medida para a qual se deseja fazer a conversão. Além de ser um método baseado na mecanização, ele exige que o aluno decore todos os múltiplos e submúltiplos do metro, inclusive aqueles que na prática nunca vai utilizar.

Em observações realizadas em todas as séries do Ensino Médio, percebeu-se que as maiores dificuldades apresentadas por esses alunos não estão relacionadas aos temas específicos desse nível de ensino, mas a conceitos e temas básicos que constam como conteúdos que fazem parte do programa do Ensino Fundamental.

Um desses conteúdos é “grandezas e medidas”, envolvendo vários conceitos que não estão bem compreendidos, e servem de empecilho para o desenvolvimento de algumas atividades no Ensino Médio. Por exemplo, na Geometria Analítica, quando é solicitado aos alunos o cálculo da distância entre dois pontos, principalmente quando precisam converter unidades de medida de centímetros para metros, metros para quilômetros e quilômetros para metros, eis um problema a ser resolvido antes de partirem para o cálculo da distância. Em outras situações, como por exemplo, na Trigonometria, onde se faz necessário utilizar algum instrumento para medir comprimentos, são comuns perguntas do tipo: “começo a medir a partir do zero ou do um?”.

---

[5] Entre outras, foram consultadas e analisadas as seguintes coleções: - DANTE, L. R. **Tudo é matemática: 5ª série** – São Paulo: Ática, 2005. - IEZZI, G., DOLCE,O. e MACHADO, A. **Matemática e Realidade: 5ª série**, 5. Ed. São Paulo: Atual, 2005. - MORI, I e ONAGA, D.S. **Matemática: Ideias e Desafios, 5ª série**, 14. Ed. Reformulada. São Paulo: Saraiva, 2005.

Considerando a importância desse tema, elaborou-se uma sequência didática para que o aluno construísse os conceitos de grandezas e medidas, bem como trabalhasse com conversão de medidas, perímetro e área, aproveitando situações conhecidas e envolvendo seu cotidiano.

Acreditando que desde as primeiras séries do Ensino Fundamental deva-se promover um processo de construção dos conceitos de grandezas e medidas, implementou-se a proposta numa 4ª série [6] do Ensino Fundamental, esperando que a compreensão das medidas venha a se refletir ao longo de toda vida escolar e fora dela.

2.2 APLICAÇÃO DE QUESTIONÁRIO A ALUNOS DE ENSINO MÉDIO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Muitas foram as dúvidas apresentadas pelos alunos no que diz respeito às medidas, nos cinco anos de minha atuação junto ao Ensino Médio. No desenvolvimento dos mais variados conteúdos, quando nas situações dadas eram envolvidos conceitos de grandezas e medidas, era difícil prosseguir sem antes retomar conteúdos como unidades de medida, diferença entre área e perímetro, conversões de unidades. Apareciam questionamentos do tipo:

- O que é diâmetro?
- Retângulo pode ser quadrado?
- Onde se começa a medir: no zero ou no um?
- Como escrevo metros: m ou mm?
- Quantos metros tem um quilômetro?
- Área é lado x lado?
- O que é perímetro?

Como as dúvidas eram as mais variadas, resolvi repensar o início do trabalho com medidas e verificar se haveria possibilidade de melhorar sua aprendizagem no Ensino Fundamental, mais precisamente no 5º ano do Ensino Fundamental, onde estes conteúdos podem ser desenvolvidos.

---

[6] A 4ª série do Ensino Fundamental de 8 anos corresponde ao 5º ano do Ensino Fundamental de 9 anos.

Como ponto de partida, decidi verificar quais as maiores dúvidas ou dificuldades dos alunos. Dessa forma, no início de 2008, foram aplicadas algumas questões envolvendo medidas (ato de medir, conversão de unidades de medida, área) a todos os alunos das três séries do Ensino Médio do Município de Travesseiro [7]. No total, 67 alunos responderam às questões, sendo 19 alunos da 1ª série, 24 alunos da 2ª série e 24 alunos da 3ª série. O questionário foi aplicado a todos os alunos na mesma noite, numa aula de matemática onde os alunos receberam uma folha com as questões, sendo que a professora não leu as questões nem fez qualquer comentário. Foi lhes explicado que seria realizado um trabalho de pesquisa, não havendo necessidade de identificação, pois o que interessaria seriam os resultados como um todo e não individualmente.

As questões foram as que seguem.

Questão 1: Encontrar a medida do segmento utilizando a régua: (7cm)

--

ACERTARAM VALOR EXATO	ACERTARAM COM 2mm P/ MAIS OU MENOS	ERRARAM	NÃO RESPONDERAM
35	24	7	1

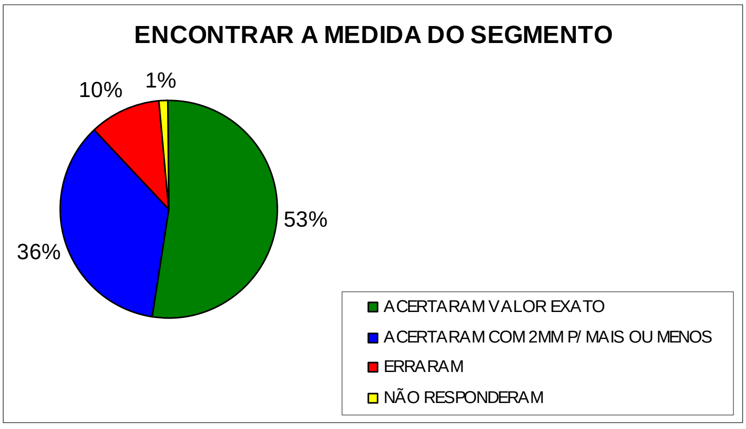


Gráfico 2.1 – Desempenho dos alunos na resolução da questão 1

A maioria dos alunos, 53%, o que corresponde a 35 alunos, conseguiu responder corretamente a questão, ou seja, conseguiram medir com a precisão possibilitada pela régua, e apresentaram como resposta 7cm. Outros 36%, o

[7] No município de Travesseiro existe uma única escola de Ensino Médio, da rede estadual, onde foi aplicado o questionário.

correspondente a 24 alunos, mediram com erro de 2mm para mais, o que se deve à falta de precisão como também ao instrumento utilizado para medir, que podia estar defeituoso, como também ter sido usado de forma incorreta. Curiosamente, ninguém apresentou resultado 6,8cm ou 6,9cm; esse erro só ocorreu para mais: 7,1cm e 7,2cm.

No entanto, sete alunos, 10% do total, erraram as medidas, o que pode ser considerado grave em se tratando de alunos de Ensino Médio, pois com tantos anos de escola espera-se que o ato de medir tenha sido aprendido. Entre os erros apresentados, um aluno respondeu 10cm, um respondeu 0,7cm, outro respondeu 8,1cm e quatro alunos responderam 8cm. Em relação à resposta 10cm, fica difícil identificar o procedimento utilizado e o motivo do erro, pois todos os participantes tinham régua. Esse erro pode ser consequência de um questionário realizado sem efeito avaliativo, e sem a preocupação de acertar por parte de quem respondeu às questões. Já o erro correspondente a 0,7cm pode ter ocorrido pela falta de compreensão da unidade de medida, que nesse caso é o centímetro. A resposta da medida 8cm pode ter ocorrido pelo fato de alguns alunos não terem bem claro a utilização da régua, pois enquanto respondiam as questões mostravam dúvida quanto ao início da contagem da medida, se começariam a contar a partir da marca do zero ou da marca de número um. Fato esse, que aconteceu inúmeras vezes durante as aulas, quando lhes era solicitado que medissem objetos e segmentos. Percebe-se a não compreensão do conceito de unidade e dos números decimais.

Em outras pesquisas realizadas com egressos das escolas, como a do Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (INAF) 2002 [8], por exemplo, também apareceram erros de medida de comprimento. Numa questão onde era solicitado que medissem com uma fita métrica ou régua uma fita branca, mais de 80% dos entrevistados forneceram resultado correto, no entanto, 16% não acertaram a medida da fita.

Em relação aos erros cometidos, é provável que os alunos do Ensino Médio que responderam às questões, não tenham desenvolvido na prática o conteúdo medidas, não construindo, dessa forma, o conceito de medida. Acredita-se que as situações apresentadas no ensino não foram diversificadas e desafiadoras. O que fica evidente é que oito anos de Escola, no mínimo, não foram suficientes para que

[8] Conforme Lima e Bellemain (2004).

esses alunos soubessem medir corretamente. Talvez porque o conteúdo não tenha sido efetivamente trabalhado.

Questão 2: Quantos 10m cabem em 1km? (100)

ACERTARAM	ERRARAM	NÃO RESPONDERAM
47	15	5

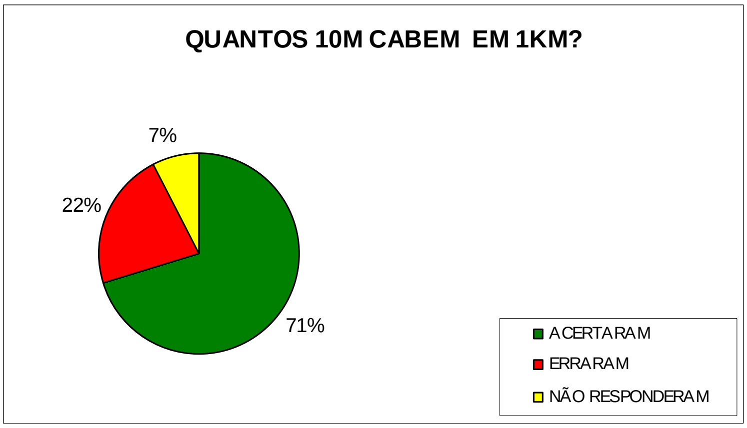


Gráfico 2.2 – Desempenho dos alunos na resolução da questão 2

A questão envolve o entendimento de que metros e quilômetros são unidades diferentes, mas que podem ser convertidas. A questão foi elaborada com base nos Planos de Estudos da Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro Pretto, que segue os Parâmetros Curriculares Nacionais. Neles, consta como um dos conteúdos a ser trabalhado, a conversão de unidades de medida.

Do total de alunos, 47, que correspondem a 71%, responderam corretamente. Isso faz com que se interprete haver um bom entendimento por parte dos alunos quanto às conversões de unidades, como neste caso, que envolve a relação de igualdade entre 1km e 1000m. Além disso, utilizaram uma multiplicação ou divisão que lhes desse o resultado correto.

No entanto, 22% dos respondentes, o equivalente a 15 alunos, não souberam dizer que 10m cabem 100 vezes num quilômetro. Interpreta-se que há uma falta de clareza de que 1km corresponde a 1000m, ou que multiplicando 100 vezes os 10m chega-se a 1000m ou 1km. As respostas erradas foram 10 ou 1000. Acredita-se que aqueles que responderam 10 têm a ideia de que 1km corresponderia a 100m ou que tenha ocorrido um erro de multiplicação. Outra possível explicação é que utilizaram a sequência dos múltiplos e submúltiplos do metro: m → dam → hm → km, e foram multiplicando por 10 até chegar a 1km, mas esqueceram um dos múltiplos do metro. Esse fato pode ser resultado da maneira como lhes foi ensinada a conversão: “desloca a vírgula para a direita ou para a esquerda”. No caso dos que responderam 1000, é provável que tenham simplesmente utilizado mecanicamente a relação 1 para 1000, sem considerar os 10 metros e as relações multiplicativas envolvidas.

Frente a esses resultados, pode-se dizer que faz-se necessário apresentar situações onde o aluno necessite construir o conceito, pois regras e fórmulas podem ser esquecidas ou o seu uso pode ignorar detalhes, resultando em soluções erradas.

Questão 3: Quantos quilômetros tem 1 metro? (0,001)

ACERTARAM	ERRARAM	NÃO RESPONDERAM
25	34	8

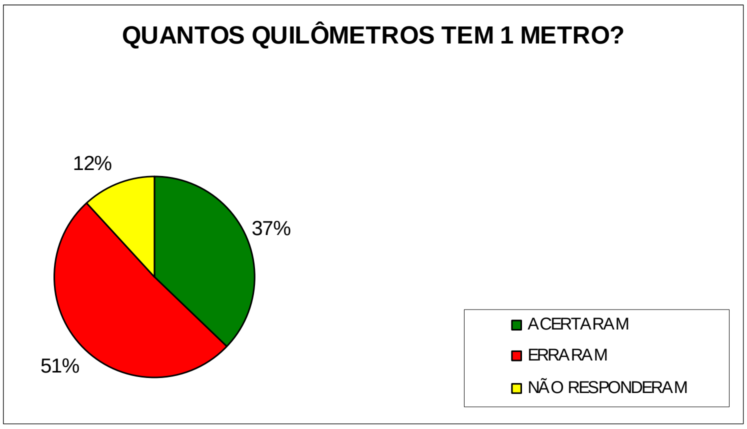


Gráfico 2.3 – Desempenho dos alunos na resolução da questão 3

A dificuldade apresentada pelos alunos de quarta e quinta séries do Ensino Fundamental quanto aos números racionais continua sendo um problema ao longo do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Os números não inteiros são motivo de insegurança, desistência e falta de entendimento de algumas questões, bem como de dificuldades na resolução de uma determinada situação.

Como se percebe na questão, a dificuldade aumenta quando se trata de unidades menores a serem expressas em unidades maiores. Do total de alunos que responderam a questão, 25, que correspondem a 37% do total dos alunos entrevistados, responderam que um metro possui 0,001km, e alguns até escreveram a fração correspondente, mostrando que dividiram 1 por 1000, o que corresponde a 1/1000. Esses alunos não deixaram de resolver a questão por envolver número não inteiro. Além disso, mostraram pleno entendimento do problema, alguns até explicaram como proceder para encontrar o resultado correto. Souberam relacionar 1/1000 com 0,001, demonstrando entendimento dos números fracionários e decimais.

Quanto aos 8 alunos que não responderam, pode-se interpretar de várias formas: não entendimento, falta de preocupação em responder por não tratar-se de tarefa avaliativa, ou até mesmo falta de vontade de colaborar com a pesquisa.

Dos 34 alunos que erraram a questão, 19 responderam que não existe nenhum quilômetro em um metro, mostrando convicção de que não é possível dizer que um metro possui uma certa quantidade de quilômetros. Até justificaram sua resposta:

- "Nenhum, metro só tem centímetros."

- "O metro tem centímetros, não quilômetros. O quilômetro é que tem os metros."

Percebe-se que muitos desses alunos têm a ideia, válida no universo dos números naturais, de que a divisão só é possível quando o divisor é igual ou menor que o dividendo.

Ficou clara a dificuldade em trabalhar com números não inteiros ou menores que um. Nas respostas erradas citadas anteriormente, consegue-se avaliar qual o problema, o motivo do erro. Já nas outras respostas incorretas, é difícil avaliar o motivo do erro, pois as respostas apresentadas foram 100, 500, 1000 e 0,1, sem justificativa. Quem respondeu 1000 pode ter utilizado mecanicamente a relação 1km=1000m, invertendo-a.

Questão 4: Qual a área aproximada de sua sala de aula? ($42m^2$)

ACERTARAM	ERRARAM	NÃO RESPONDERAM
27	34	6

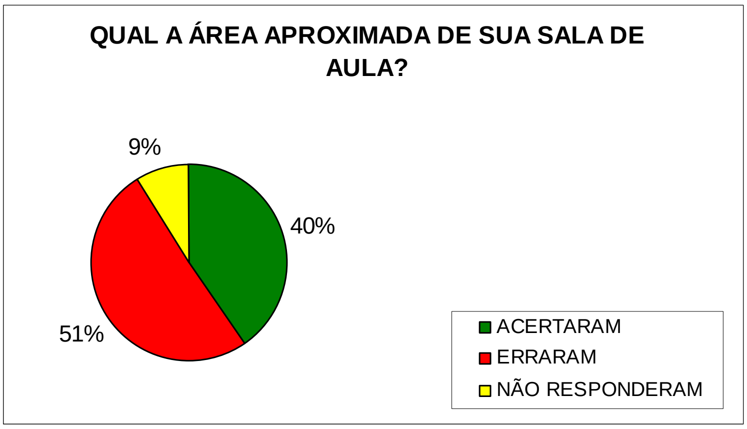


Gráfico 2.4 – Desempenho dos alunos na resolução da questão 4

Em uma questão desse tipo, envolvendo estimativas, é mais difícil julgar as respostas incorretas, pois poucos alunos expressaram sua forma de pensar.

Foram consideradas corretas todas as respostas entre 35m² e 50m², dadas por 40% dos alunos que responderam às questões, o que corresponde a 27 alunos. Esses alunos estimaram as medidas dos lados da sala e procederam corretamente no cálculo de área.

Os seis alunos que não responderam talvez não tenham tido vontade de pensar sobre as possíveis medidas da sala. Pode ter ocorrido também de não terem interpretado corretamente a questão, não entendendo o que era solicitado.

Quanto aos 34 alunos que erraram, o que corresponde a 51%, apresentaram erros de diferentes valores, entre eles alguns inesperados para alunos de Ensino Médio: 12m², 16m, 5m, 168m², 8m², 5m e 40cm, e a mais estranha foi 9x7x3, que corresponde ao cálculo do volume. Percebe-se a dificuldade em diferenciar comprimento, área e volume. Muitos utilizam m, m² ou m³ indistintamente, como se fosse a mesma unidade, pois não identificam e diferenciam área, comprimento e volume.

Questão 5: Quais são as possíveis medidas de uma sala retangular, cujo carpete que cobre totalmente a sala possui 36m²?

ACERTARAM	ERRARAM	NÃO RESPONDERAM
13	29	25

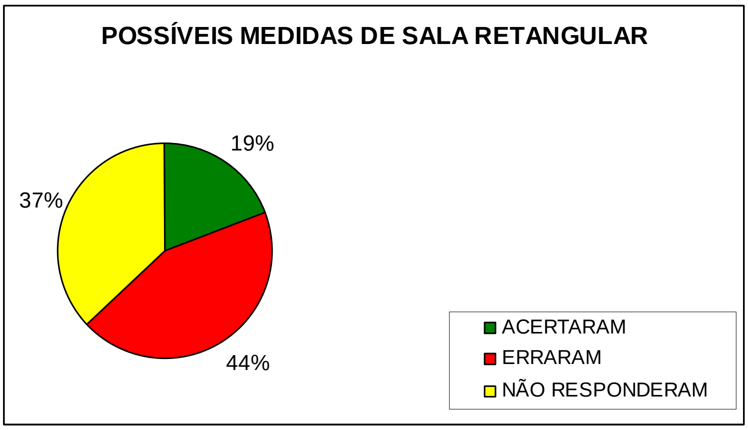


Gráfico 2.5 – Desempenho dos alunos na resolução da questão 5

Essa questão foi considerada uma das mais difíceis em função de vários aspectos abordados, como a forma retangular, medidas de comprimento e área. Além de exigir conhecimento relacionado às figuras geométricas, faz-se necessário considerar a área como produto das possíveis medidas dos lados. Por esse motivo, apenas 19%, o que corresponde a 13 alunos, acertaram a questão. Esses apresentaram não somente uma solução, mas várias, como 4x9, 3x12, 6x6, entre outras. Essas respostas mostram a compreensão da relação entre a área do retângulo e as medidas dos lados e também de estratégias de fatoração de um número inteiro.

Já os alunos que erraram a questão, apresentaram os mais variados erros e confusões. A figura na forma retangular, em alguns casos, foi mal interpretada ou houve falta de atenção, pois desenharam triângulos e, além disso, multiplicaram as medidas dos três lados entre si. Outros somaram as medidas desses três lados, o que resultava em 36. Mas a grande confusão ocorreu entre perímetro e área: muitos desenharam retângulos, mas ao invés de multiplicar os lados adjacentes, somaram os quatro lados, de forma que o resultado fosse 36.

De fato, a confusão entre área e perímetro é grande. A unidade de área, m^2, é ignorada e para muitos não tem importância. Nem falou-se em área ou perímetro e, mesmo assim, alguns simplesmente não deram atenção ao fato de o carpete cobrir toda sala e não somente o contorno. Isso pode ser o resultado de um ensino voltado para a aplicação de fórmulas, que pode ter parecido efetivo no momento em que elas foram apresentadas, mas que não surtiu efeito a médio prazo.

Comparando as duas questões, a dificuldade aumenta quando se envolvem grandezas diferentes como área e perímetro, e junto com ela vem a noção mal construída tanto de área quanto perímetro. É preciso apresentar situações desafiadoras que envolvam esses conceitos e de forma paralela. O conteúdo com certeza foi-lhes repassado, mas o conceito não foi construído. Isso ocorre quando as situações propostas são pouco diversificadas e não desafiadoras.

Acredito que as situações-problema que propomos aos alunos devem ser diversificadas e envolver vários aspectos, sem dar as pistas sobre a solução, seja sobre perímetro, área, comprimento ou qualquer tópico a ser desenvolvido.

As várias dificuldades apresentadas por esses alunos de Ensino Médio não são característica particular dessas turmas. Segundo o INAF(2002) [9], são baixos os índices de desempenho, no Brasil, em relação ao tema Grandezas e Medidas. De forma geral, o domínio de habilidades associadas a grandezas e medidas é insatisfatório. Na pesquisa do INAF 2002, foram aplicadas questões que focalizam o comprimento e a área. Os erros que apareceram foram idênticos aos que surgiram nas respostas do questionário aplicado aos alunos do Ensino Médio. Entre os erros, os entrevistados mediram incorretamente, apresentaram dificuldades na conversão de medidas, no cálculo com números decimais e no raciocínio proporcional envolvido. Ocorreu também a falta de correspondência entre área e superfície, que foi vista de forma linear.

Conforme Lima e Belleimain (2004), o nosso sistema escolar não está cumprindo satisfatoriamente seu papel para que o aluno consiga dominar habilidades matemáticas relativas a grandezas e medidas.

A partir dessa problemática é que se investiu na aplicação de uma sequência didática na 4ª série[10] do Ensino Fundamental, para construir os conceitos de grandezas e medidas. Entende-se que a metodologia empregada no ensino da matemática deve ser repensado desde as séries iniciais.

2.3 QUESTÕES NORTEADORAS DA PESQUISA

A proposta tem por objetivo desenvolver atividades que auxiliem na construção dos conceitos de medidas de comprimento, perímetro e superfície (área). Como trabalho há cinco anos com alunos de Ensino Médio, lecionando Matemática,

---

[9] INAF – Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional, conforme nota anterior.
[10] Correspondente ao 5º ano do Ensino Fundamental de 9 anos.

observei que os alunos apresentavam várias dificuldades relacionadas às medidas. Em função disso, apliquei um questionário a todos os alunos do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Monsenhor Seger, onde leciono, para averiguar quais as maiores dificuldades apresentadas por esses alunos. Verifiquei, com os resultados obtidos, que muitos não conseguem medir corretamente, apresentam dificuldades para converter unidades e confundem perímetro com área.

Como trabalho também com alunos de 5º ano do Ensino Fundamental, procurei desenvolver uma pesquisa estabelecendo uma articulação entre esses dois níveis de ensino, a fim de responder à questão que segue:

É possível promover uma compreensão do conceito de medida no 5º ano do Ensino Fundamental?

Além dessa questão principal, surgiram outras importantes questões que nortearam essa pesquisa e que busquei responder com o do desenvolvimento da proposta:

a) é possível elaborar uma proposta didática envolvendo medidas, onde esteja inserido o cotidiano do aluno?

b) é possível ensinar medidas de comprimento e área de forma que o aluno consiga utilizar esses conceitos compreendidos em sua vida?

2.4 METODOLOGIA

O que nos motivou a optar por uma abordagem qualitativa de pesquisa foi encontrar respostas a algumas situações. Decidimos fazer o estudo com uma única turma para que se pudesse analisar mais profundamente cada situação vivenciada em sala de aula. Como buscamos verificar se é possível promover a compreensão do conceito de medida num 5º ano do Ensino Fundamental, decidimos aplicar a proposta numa turma de 4ª série, hoje 5º ano, da qual eu era professora, para desenvolver a pesquisa em forma de estudo de caso. Nossa pesquisa corresponde ao que dizem Lüdke e André (1986):

> [...] a pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de regra através do trabalho intensivo de campo (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 11).

De acordo com essa característica, situamos a pesquisa como um *estudo de caso* contributivo, conforme descrevem as autoras Lüdke e André (1986):

> O estudo de caso é o estudo de um caso, seja ele simples e específico [...] O caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo. O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 17).

Procuramos desenvolver a pesquisa segundo critérios que caracterizam um *estudo de caso*, como os que seguem, enunciados por Lüdke e André (1986):

a) “os estudos de caso visam à descoberta.” Durante toda pesquisa pretendíamos estar atentos aos novos elementos que poderiam surgir. Cada uma das atividades foi elaborada a partir de um objetivo específico, respeitando sempre as ideias dos alunos em relação ao assunto. Em alguns momentos, poderia ocorrer de ter que se modificar o que estava inicialmente planejado, em função de contribuições dadas pelos alunos, que seriam respeitadas.

b) “os estudos de caso enfatizam a interpretação em contexto, aprendizagem em sala de aula.” A manifestação de cada um dos alunos seria tratada como relevante, pois poderia aparecer uma diversidade de informações e ideias, tendo em vista as suas aprendizagens anteriores, seus interesses e perguntas relacionadas com o que os colegas estavam falando.

c) “os estudos de caso buscam retratar a realidade de forma completa e profunda.” Procurou-se considerar cada um dos aspectos envolvendo o grupo de alunos, sujeitos da pesquisa, como a sua vida familiar, relacionamento na escola, envolvimento em cada situação e a linguagem utilizada para justificar procedimentos utilizados. Isso, a partir do registro dos diálogos, estratégias de resolução e demais acontecimentos no decorrer das aulas. Cada aspecto seria considerado de acordo com sua influência na pesquisa realizada.

d) “os estudos de caso usam uma variedade de fontes de informação.” Várias informações foram utilizadas em diferentes momentos e situações. Quando iniciou-se todo o processo de planejamento, desde a escolha do tema da pesquisa, foi realizada uma entrevista com alunos de Ensino Médio para que se identificassem, através de dados empíricos, as maiores dificuldades apresentadas por esses alunos em relação ao tema grandezas e medidas. Durante o desenvolvimento da pesquisa, vários itens foram aproveitados, como informações dos pais, pesquisas em livros e internet.

e) "os relatos do estudo de caso utilizam uma linguagem e uma forma mais acessível do que outros relatórios de pesquisa." Cada um dos momentos da pesquisa seria descrito da forma como os alunos iriam solucionar cada situação-problema proposta. Foram realizadas filmagens, gravações, fotografias e relato descritivo de cada atividade com o objetivo de registrar cada interpretação das situações, bem como a diversidade de raciocínios e soluções que poderiam surgir.

Segundo Lüdke e André (1986), o desenvolvimento de um estudo de caso caracteriza-se por três fases: a fase exploratória, a fase da coleta de dados e a fase da interpretação sistemática e análise dos dados.

> O estudo de caso começa como um plano muito incipiente, que vai se delineando mais claramente à medida que o estudo se desenvolve. [...] Uma vez identificados os elementos-chave e os contornos aproximados do problema, o pesquisador pode proceder à coleta sistemática de informações, utilizando instrumentos mais ou menos estruturados, técnicas mais ou menos variadas, sua escolha sendo determinada pelas características próprias do objeto estudado. [...] Já na fase exploratória do estudo surge a necessidade de juntar a informação, analisá-la e torná-la disponível aos informantes para que manifestem suas reações sobre a relevância e acuidade do que é relatado (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 21-22).

A pesquisa foi desenvolvida com a aplicação de uma sequência didática a uma única turma de 4ª série[11] do Ensino Fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro Pretto de Travesseiro/RS, em forma de *estudo de caso,* com o objetivo de construir o conceito de medida.

A implementação da proposta foi registrada através de gravações, diálogos descritos, fotos, cópia dos trabalhos dos alunos envolvidos. Para proceder dessa forma contamos com a autorização dos pais dos alunos, conforme o Apêndice 01, que incluiu a menção dos nomes e divulgação das imagens dos alunos.

Desde a elaboração até a análise final, baseamo-nos nos referenciais teóricos, que estão descritos no Capítulo 3, para que as atividades estivessem de acordo com o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos envolvidos, e para que compreendêssemos esses mesmos sujeitos em suas soluções e explicações.

---

[11] A 4ª série do Ensino Fundamental de 8 anos corresponde ao 5º ano do Ensino Fundamental de 9 anos.

No estudo de caso, o contexto deve ser valorizado e detalhado. Por isso, no Capítulo 4, serão apresentadas considerações sobre a escola e a turma.

3 REFERENCIAIS TEÓRICOS

3.1 INTRODUÇÃO

Em muitos atos de nossas vidas nós medimos. Medimos o tempo, ao acordar observamos o horário e durante todo o dia nos baseamos no relógio para realizar nossas atividades. Em nossa alimentação, medimos a massa e a quantidade dos alimentos que consumimos. Quando viajamos, estimamos a quantidade de combustível no tanque para saber se é suficiente para percorrermos uma determinada distância.

Mesmo sendo um dos conteúdos mais utilizados no dia-a-dia, tem-se observado uma grande dificuldade em algumas operações com medidas, mesmo entre pessoas escolarizadas. Conforme Lima e Bellemain (2004), o domínio das habilidades associadas às grandezas geométricas e suas medidas apresenta uma situação geral insatisfatória. Da mesma forma, analisando os resultados de um questionário aplicado a estudantes do Ensino Médio,[12] observaram-se dificuldades em converter unidades de medida, principalmente quando uma medida expressa numa unidade maior deve ser convertida para uma unidade menor, como, por exemplo, na seguinte questão: “quantos quilômetros cabem em um metro?” Outra dificuldade observada foi a do reconhecimento da diferença entre área e perímetro, situação na qual muitos cometeram o erro de somar os quatro lados de um retângulo para calcular sua área.

Nesta etapa, faremos um estudo sobre a construção e aprendizagem das medidas e suas concepções, segundo as teorias de alguns autores que se dedicaram ao tema. Fundamentaremos a proposta de ensino-aprendizagem a partir do que é considerado básico para que ocorra essa construção, utilizando a teoria dos campos conceituais como é formulada por Gérard Vergnaud.

[12] Conforme item 2.2 do Capítulo anterior, no início de 2008 foram aplicadas algumas questões envolvendo medidas, aos alunos das três séries do Ensino Médio do Município de Travesseiro. No total, 67 alunos responderam às questões.

3.2 O QUE É MEDIR

Para o desenvolvimento de uma proposta de ensino-aprendizagem com medidas, buscou-se compreender o que significaria medir, bem como, de que forma se daria a construção do conceito de medida. Para isso, pesquisou-se o que Crump (1994) e Caraça (1952) dizem sobre o ato de medir.

Segundo Crump (1994, p.129), um incentivo para o desenvolvimento do domínio dos números é a necessidade de utilizá-los para medir quantidades. Geralmente o processo de construir um contínuo medível somente é dominado numa etapa avançada do desenvolvimento cognitivo, o qual nem toda a sociedade alcança:

> A medição da quantidade é um uso operacional do número, cuja função deve ser definida em grande parte em termos econômicos. Nem toda economia necessita dessa função, já que tal necessidade está determinada pela existência de outras instituições socioeconômicas. [...] 'O incentivo para medir as provisões depende em grande parte de se se considera que deveriam ser trocadas, ou usadas como meios de calcular riqueza, status ou algum outro atributo, avaliados numa certa sociedade' (CRUMP, 1994, p. 129 - 130, tradução nossa).

Segundo Crump (1994, p. 130), uma medição sistemática somente define uma classe de problemas, que, todavia, somente podem resolver-se com a ajuda de um sistema numérico suficientemente avançado.

Não é possível nenhuma consideração das funções da medição sem compreender sua base cognitiva. Esta base deve definir-se segundo os conceitos de número e medida.

Conforme Crump (1994, p. 131), a medida pode ser definida como o meio conceitual pelo qual duas entidades diferentes [13] podem ser comparadas em termos numéricos. Uma vez estabelecido, este meio proporciona uma unidade, segundo a qual pode atribuir-se um coeficiente numérico a qualquer objeto a ser medido para aplicar a medida. Cada medida deve ser vista de acordo com o que se quer medir. Como comprimento, massa e volume são medidas por unidades diferentes, são consideradas independentes.

O conceito de medida requer algum conceito de dimensão, no sentido de uma medida estar de acordo com a dimensão. Como no caso de o comprimento

[13] Entidades diferentes de mesma grandeza

poder ser medido por metros ou centímetros, enquanto a massa não pode ser medida dessa maneira.

O reconhecimento de uma dimensão a ser medida não é o suficiente para definir uma unidade de medida que lhe seja aplicável. Por exemplo, é possível reconhecer o que está mais ou menos quente e saber que a dimensão é a temperatura, sem que se disponha de uma unidade para medir a temperatura. Além disso, uma mesma dimensão em diferentes culturas ou até na mesma cultura pode ser medida com unidades diferentes. Os agricultores em nossa região, por exemplo, quando falam em área de terras, falam em hectares. Em outras regiões, utilizam o alqueire que possui muitas variações, todas maiores que o hectare. Em outros países como Estados Unidos, utilizam o acre para quantificar área de propriedades. Com as medidas de volume ocorre a mesma variação, principalmente em função da quantidade que se queira medir. A quantidade de água que consumimos em nossas residências é dada por m^3 (metros cúbicos), enquanto que um remédio nos é receitado por mililitros ou gotas. Não quer dizer que não se possa medir remédios em m^3, por exemplo, mas aplica-se a comodidade e praticidade para que não se tenha que fazer conversões trabalhosas e que podem levar a erros.

> Um estudo dos sistemas de medição tradicionais ao fim das medidas reconhecidas pela física moderna, revela, em primeiro lugar, uma proliferação de diferentes unidades numa única dimensão e, em segundo lugar, uma considerável confusão acerca da relação entre as diferentes dimensões. Em respeito à primeira questão, a escolha da unidade adequada não dependerá somente da categoria, reconhecida na cultura local, a que pertence a quantidade a medir, mas também dos fins para os quais se requer a medição (CRUMP, 1994, p. 132, tradução nossa).

Segundo Caraça (1952, p. 29-30), para medir comparam-se grandezas, mas isso não é o suficiente. É necessário que haja um termo de comparação único para todas as grandezas de mesma espécie. É necessário que seja estabelecida uma unidade única para medir o que se queira, e que se exprima o número de vezes que a unidade escolhida cabe naquilo que se pretende medir. Apontando, assim, que no problema da medida há três fases e três aspectos distintos: a escolha da unidade, considerando a praticidade, comodidade e economia; a comparação com a unidade; a expressão do resultado da comparação por um número.

Segundo Nunes e Bryant (1997, p. 83), o ato de medir não é tão simples quanto parece. Não basta pegar uma régua ou um sistema numérico e dar o tamanho dos objetos. Este ato envolve dois componentes diferentes e separáveis. Um dos componentes é a inferência lógica ou inferência transitiva, em que comparamos grandezas através de uma relação existente entre elas. É preciso apropriar-se da lógica para medir. Outro importante componente envolvido no ato de medir é a compreensão da unidade, caracterizada como uma exigência fundamental, pois quando medimos estamos preocupados com quantidades reais e com as relações de tamanho como maior e menor. É a quantidade constante que as unidades têm que permite fazer-se uma comparação entre grandezas.

3.3 A COMPREENSÃO DAS MEDIDAS

A partir de uma reflexão e embasamento sobre o que significa medir, faz-se necessário considerar como se dá a compreensão da medida. Para que uma sequência de atividades de ensino-aprendizagem sobre medidas ocorra com êxito, é fundamental que se tenha claro como ocorre essa compreensão. Para isso, buscou-se o que Piaget diz em suas obras sobre a construção desse conhecimento na criança.

Para que o ato de medir aconteça, faz-se necessária a compreensão da medida, que se dá através da construção das noções e procedimentos nela envolvidos.

Conforme Plaza e Belmonte (1994, p.15-16), a prática de medir não é algo fácil, portanto, as crianças devem praticar e realizar o ato de medir. Além disso, são listados estágios que a criança deve percorrer para construir seus conhecimentos sobre medidas e utilizá-los corretamente. Esses estágios, Plaza e Belmonte (1994) ordenam da seguinte forma:

1. consideração e percepção de uma grandeza como uma propriedade de uma coleção de objetos;
2. conservação de uma grandeza: esse estágio considera-se superado quando a criança adquire a ideia de que mesmo mudando a posição, as propriedades do objeto permanecem constantes, tratando-se de comprimento e de área;
3. ordenação em relação a uma grandeza dada;

4. relação entre grandeza e um número dado: quando a criança consegue relacionar uma grandeza a um número, ou seja, exprimir uma medida em forma de número.

Segundo Plaza e Belmonte (1994, p.16-17), tendo a criança conseguido alcançar esses estágios, através de uma maturidade mental obtida pela experiência que lhe for proporcionada com atividades desafiadoras, de forma que possa provar e verificar seus resultados e consequente desenvolvimento psicológico, terá condições de realizar o ato de medir. Ainda, segundo os autores, não é conveniente propor atividades para acelerar o ritmo e o desenvolvimento dos diferentes estágios.

Em relação à compreensão da grandeza de comprimento, Piaget, Inhelder e Szeminska (1948), afirmam que é através da transformação lógica e matemática que a criança elabora por meios próprios suas noções geométricas, como a conservação das distâncias.

Conforme Piaget, Inhelder e Szeminska (1948, p. 95-96), devemos diferenciar a conservação e a medida dos comprimentos da conservação e medida das distâncias. Isso, porque tratam-se de dois significados bem diferentes do ponto de vista psicológico. Enquanto o comprimento é uma propriedade dos objetos, a distância expressa intervalos lineares entre os objetos e pressupõe que o espaço seja concebido como um meio comum aos diferentes objetos. Ainda, segundo os autores, a construção da relação de distância na criança é ponto de partida para a elaboração da medida.

Conforme Plaza e Belmonte (1994, p. 27-31), a conservação do comprimento é essencial para a construção do sistema métrico.

De início, a criança não avalia os comprimentos de uma linha considerando sua forma, mas fixa-se nas suas extremidades. Além disso, assim que a forma de um objeto se altera, altera-se o comprimento no seu ponto de vista. Por exemplo, uma criança diz que o comprimento de uma mesma corda é diferente quando ela está esticada e quando há curvas entre as extremidades.

Num segundo momento, conforme os autores, a criança através de experimentos mentais (transporte mental de objetos, deformações) vai construindo, baseada na intuição e nas estimativas, uma avaliação de que o comprimento do objeto se conserva.

Num terceiro estágio, segundo Plaza e Belmonte (1994, p. 31) a conservação é assegurada e as partições se coordenam completamente com os deslocamentos e locais sucessivos. Constata-se que o comprimento se conserva mesmo que as partes sejam unidas e dispostas de uma forma qualquer, independente dos deslocamentos realizados.

Em síntese, conforme Plaza e Belmonte (1994, p. 32), medir depende essencialmente de uma partição generalizada, dando-se a escolha da unidade. Quando a grandeza a ser medida é dividida em partes iguais, definindo-se um padrão e deslocando-o segundo uma ordem, cujas marcações levam à utilização de uma medida comum, encontra-se a unidade. Atingindo essa etapa, a então unidade é dividida em partes menores, e ocorre a percepção de que as unidades são múltiplos das unidades menores, nas quais a grandeza foi novamente dividida. Assim, a grandeza poderá ser dividida em partes que podem ser divididas sucessivamente e o comprimento do todo continuará o mesmo, pois o comprimento se conserva. Conforme Plaza e Belmonte (1994), Piaget trata em suas obras [14] dos estágios do desenvolvimento da ideia de medida de comprimento.

O desenvolvimento desses estágios não está relacionado às idades, pois uma pessoa difere da outra em termos de desenvolvimento. E, segundo os autores, a aquisição de um estágio posterior requer a aquisição do estágio anterior.

Os Estágios que aparecem na sequência foram descritos de acordo com Plaza e Belmonte (1994).

3.3.1 Primeiro Estágio: Comparação Perceptiva Direta

Nesse estágio a comparação faz-se perceptivamente, sem recorrer a nenhuma medida comum. Distinguem-se duas fases:

- estimação completamente direta;

- estimação mais minuciosa, não utiliza somente a transferência visual. Nessa fase o sujeito sai da forma primitiva para inteirar-se mais ao que é medir.

---

[14] PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel; SZEMINSKA, Alina. **La géométrie spontanée de l'enfant.** Paris: Presses Universitaires de France, 1948. - PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. **A representação do espaço na criança.** Tradução: Bernardina Machado de Albuquerque. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

Na primeira fase a criança estima visualmente qual entre dois pedaços de papel é maior, enquanto na segunda fase utiliza partes do corpo e faz comparações para determinar qual dos pedaços é o maior.

3.3.2 Segundo Estágio: Deslocamento de Objetos e Construção da Ideia de Unidade

Nesse estágio, segundo os autores, é utilizada a comparação perceptiva direta ou ocorre a intervenção de um termo intermediário que precede a medida comum. No entanto, o sujeito ainda não utiliza a transitividade. Nesse estágio, distinguem-se duas etapas:

- a do transporte manual, que consiste na aproximação dos objetos comparados através da estimação visual;

- utilização de um termo intermediário, ainda não é uma medida comum e independente, já que a criança utiliza as partes do corpo. Com esse termo intermediário, a criança começa a comparar os objetos avançando para a construção da ideia de unidade de medida. Progressivamente vai ocorrendo um abandono da utilização das partes do corpo para adotar um objeto simbólico para comparar os elementos.

3.3.3 Terceiro Estágio: Propriedade Transitiva

Nesse estágio é assegurada uma conservação da grandeza deslocada e começa a operar a propriedade transitiva, que caracteriza-se pelo aparecimento de um termo intermediário e pelo raciocínio dedutivo. A propriedade transitiva será somente um aspecto da medida.

Um aspecto considerado nesse estágio é a partição do todo e o deslocamento dessas partes, de forma que cada parte represente a unidade de medida.

A fusão desses aspectos é que leva à construção da medida durante este estágio. Verifica-se isso em duas fases:

- utilização de um termo intermediário demasiado grande: evoluindo de forma que se encontre o termo mais adequado;

- utilização de um termo intermediário muito pequeno: com a experiência adquirida na fase anterior, o sujeito convence-se progressivamente de que quanto menor a unidade de medida escolhida, mais precisa será a medição realizada.

É no final desse terceiro estágio que a ideia de unidade se desenvolve e aperfeiçoa.

Segundo Plaza e Belmonte (1994, p. 21-22), a ideia de unidade vai se construindo de forma paralela à construção de geometrias cada vez mais amplas. E distinguem cinco passos para a construção da unidade:

1. ausência de unidade: a medida se faz de forma comparativa e visual, no entanto, ocorre a comparação somente entre dois objetos. A ideia de unidade não está presente.

2. objeto de unidade: a unidade depende de somente um objeto, relacionado ao que deve ser medido, mas que pode ser utilizado para medir outros objetos.

3. unidade da situação: a unidade depende do objeto que será medido, e pode variar de um objeto para outro, conservando uma certa relação.

4. unidade simbólica: vai perdendo a relação com o objeto, permanecendo a tendência de medir objetos grandes com unidades grandes e objetos pequenos com unidades pequenas. Aparecem várias unidades e todas elas são válidas para medir qualquer objeto, chegando a constituir o verdadeiro sistema de unidades.

5. unidade propriamente dita: a unidade é independente do objeto a ser medido, medem-se vários objetos e figuras com a mesma unidade; dessa forma chega-se ao resultado da medição representado por um número.

Segundo Plaza e Belmonte (1994, p. 22), a construção da unidade ocorre iniciando por uma unidade totalmente dependente do objeto a medir até uma unidade totalmente independente. Não significa que vá-se perdendo o significado anterior da unidade, mas que essa ideia se constrói em níveis de complexidade e abstração crescentes.

Segundo Nunes e Bryant (1997), a unidade é a base para que a compreensão do sistema de medidas ocorra. A inferência transitiva também é uma condição para essa compreensão, mas as crianças, em geral, apresentam maior facilidade em entender essa lógica presente no ato de medir. Já a unidade exige um entendimento da conservação da mesma, e é necessário distinguir diferentes unidades, a fim de se concluir que a mesma quantidade de unidades, mas de tamanhos diferentes, implica em grandezas de medidas diferentes. Por exemplo: se a unidade metro couber três vezes no comprimento de uma parede, essa parede medirá três metros; se a unidade centímetro couber exatamente três vezes na altura de um rodapé, dizemos que a altura do rodapé é de três centímetros. Logo, o comprimento da parede é diferente da altura do rodapé, mesmo que tenha-se utilizado a mesma quantidade de unidades, as quais são diferentes entre si.

Segundo os autores, o conceito de unidade "[...] é claramente básico para a compreensão das crianças de sistemas de medida e considerável também para o sistema de medida" (NUNES; BRYANT, 1997, p. 99).

3.4 ÁREA

Segundo Lovell (1988), podemos definir "área" como quantidade de superfície. Estimamos a área de um objeto quando espalhamos nossas mãos sobre o objeto e indicamos a extensão de sua superfície.

A criança encontra, na escola, muitas situações em que percebe a superfície de um corpo. Realiza várias atividades em que observa a superfície, construindo lentamente a noção de área ou "tamanho" de superfície. Mas, isso não quer dizer que logo saberá calcular a área de um retângulo, por exemplo.

Para Piaget, Inhelder e Szeminska (1948), as primeiras noções de área estão vinculadas às noções topológicas de interior e exterior:

> [...] Uma superfície não é, de fato, do ponto de vista das relações topológicas elementares, nada mais que uma porção do espaço delimitada por uma linha fechada sobre si mesma [...] De modo geral, pode-se dizer assim que uma superfície é, de início, um intervalo a duas dimensões contornado por uma linha fechada (tem duas dimensões porque sua fronteira tem apenas uma) (Ibidem, p. 490-491, tradução nossa).

Para os autores, a conservação das superfícies e volumes ocorre no estágio III[15], assim como a conservação dos comprimentos. Nesse estágio, a criança considera que a área não muda quando as partes de uma figura são deslocadas e

---

[15] No estágio I, para os autores, não há conservação dos comprimentos, áreas e volumes; o estágio II é o das relações intermediárias entre essa ausência e a conservação operatória que ocorrerá no estágio III.

novamente reunidas de modo a compor uma nova figura. É a reversibilidade das operações de deslocamento e reunião que permite ao sujeito atribuir à nova figura a mesma área da figura original (Ibidem, p. 381).

Mas, se ao final do estágio III já ocorre a medida de comprimentos e distâncias, ainda não ocorre o cálculo da área como medida. Segundo os autores, podem ser distinguidos três estágios na construção do conceito de área:

> O primeiro é o das operações qualitativas constitutivas das diversas noções de conservação que são elaboradas no subestágio IIIA: conservação das distâncias e dos comprimentos, das superfícies e volumes interiores, conservação das congruências por ocasião das comparações transitivas, etc. O segundo é aquele que poderia ser chamado da métrica simples, característico do nível IIIB: medida dos comprimentos, segundo uma, duas ou três dimensões, construção dos sistemas de coordenadas métricas e início da medida dos ângulos e das superfícies. O terceiro é aquele do cálculo das superfícies e dos volumes, características do estágio IV ou das operações formais: intervenção da multiplicação matemática, como instrumento de coordenação que completa a multiplicação lógica assim como a medida simples, e constituição dos invariantes relativos ao espaço ocupado (PIAGET; INHELDER; SZEMINSKA, 1948, p. 485-486, tradução nossa).

No estágio III-B, a coordenação de medidas em duas ou três dimensões permite ao sujeito determinar um ponto num plano ou num espaço através de medidas de segmentos perpendiculares uns aos outros (Ibidem, p. 501). Os autores descrevem essa coordenação como uma multiplicação lógica segundo uma grade de dupla ou tripla entrada, isto é, como uma coordenação de relações entre comprimentos, quantificados pela medida. Mas não se trata ainda de uma multiplicação matemática entre as composições aditivas que permitem decompor e recompor cada um dos segmentos, e por isso está ausente, ainda nessa fase, o cálculo de áreas e volumes através de medidas lineares (Ibidem, p. 502). O que ocorre nessa fase é um início da medida, em que a área de uma região é comparada com a área das regiões em que pode ser decomposta ou com a área de uma região em que está contida. Isso é, nesta fase já ocorre a comparação entre áreas, mas não o cálculo da área a partir de dois comprimentos. Um retângulo, por exemplo, pode ser decomposto em vários quadradinhos, cuja área será descrita pela quantidade de quadradinhos, tomados como unidades de área:

> Mas o quadrado-unidade não é ainda, para a criança desse nível, um comprimento elevado à segunda potência, isto é, precisamente um quadrado: ele é apenas uma superfície cuja forma cômoda permite as partições e deslocamentos reunidos, e pode servir assim de unidade iterável (Ibidem, p. 499).

A superfície ainda é tomada essencialmente como realidade topológica, como uma porção de espaço delimitada por uma linha fronteiriça, mas intraduzível em termos de medidas lineares (Ibidem, p. 505).

No estágio IV, afinal, a superfície não é mais encarada como uma porção de espaço delimitada por uma linha fronteiriça e passa a ser tratada como uma porção traduzível em termos de medidas lineares. Essa tradução torna-se possível porque o sujeito é capaz de conceber a superfície como infinidade de linhas, sem lacunas entre elas. Se no estágio anterior o sujeito era capaz de localizar um ponto através de dois ou mais segmentos, ele agora é capaz de pensar na superfície preenchendo uma malha de linhas coordenadas até que não reste nenhuma lacuna (Ibid., p. 507-508). A medição baseada nas linhas de contorno dá lugar à medição do contínuo envelopado, isto é, de superfícies encaixadas umas nas outras segundo as infinitas partições possíveis (Ibid., p. 491). E é essa concepção da superfície como contínuo envelopado ou encaixado que, segundo os autores, permite a obtenção de áreas ou volumes através da multiplicação matemática dos comprimentos.

Segundo Piaget, Inhelder e Szeminska (1948), a decomposição e recomposição do contínuo são temas das operações formais. Logo, a compreensão de que as áreas se reduzem às multiplicações de seus lados fronteiriços, está descartada antes do estágio IV. Portanto, faz-se necessário que o contínuo esteja elaborado para que se encontre a área através de cálculo matemático. Antes disso, a criança mede superfícies, mas realizando partições da superfície maior em unidades de área.

No processo de construção do conceito de área, segundo Lovell (1988), a criança pode considerar somente uma das extensões, centrando-se sobre um aspecto da superfície, considerando "maior" aquela superfície mais longa, confundindo maior com área maior.

Conforme Lovell (1988, p. 102) pode-se realizar atividades, em sala de aula, que levem a criança a calcular com entendimento a área de figuras simples como o quadrado e o retângulo. O início pode dar-se desafiando os alunos de 4º e 5º anos, onde tenham que comparar comprimentos e a quantidade de superfície. Tratando-se da superfície, deverá ser introduzida a nova unidade de "área". Partindo da ideia de que um quadrado de 1cm x 1cm possui área igual a $1cm^2$, ela pode ser levada a verificar quantos quadradinhos de $1cm^2$ cabem numa determinada figura. Tendo passado por essa fase, o aluno deve ser auxiliado a descobrir a generalização.

Assim, várias atividades podem levar o aluno a definir a área de uma superfície como sua medida em unidades quadradas.

Ainda, segundo o autor, é possível nesse estágio conseguir que o aluno conserve a área através da realização de atividades em que ele forma retângulos com dimensões variadas, mas com a mesma quantidade de quadradinhos de $1cm^2$, que inicialmente formavam um quadrado, ou até mesmo um retângulo com outras dimensões.

A área de uma figura irregular também pode ser calculada de forma aproximada através da decomposição em quadradinhos de, por exemplo, $1cm^2$. Mas, muitas crianças podem não compreender essa decomposição, logo, o cálculo de áreas de regiões irregulares não será possível nessa fase.

3.5 CONCEITOS E CAMPOS CONCEITUAIS

Para construir a proposta de ensino-aprendizagem com medidas, optou-se por um trabalho voltado à construção do conceito de medida. Tomaram-se, como base para o desenvolvimento da proposta, os estudos realizados pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud em torno dos Campos Conceituais. No âmbito dos Campos Conceituais, foi identificada a relevância das estruturas multiplicativas, pois o objetivo da proposta era desenvolver o aprendizado da conversão das unidades de medidas sem que os alunos tivessem que decorar ou memorizar regras e fórmulas, mas sim, fazendo-o de forma lógica e recorrendo à proporcionalidade presente nas estruturas multiplicativas. Dessa forma, faremos uma breve referência aos Campos Conceituais segundo Vergnaud, avançando em seguida para o estudo das estruturas multiplicativas.

Conforme Vergnaud (1983), campo conceitual é um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados.

Muitas são as dificuldades apresentadas pelos alunos no que diz respeito à aquisição do conhecimento e em aprender certo conteúdo. Os processos de síntese e aquisição não são muito simples, principalmente se houver um acúmulo de informações. Em função disso, Vergnaud (1996) propõe repensar as condições da aprendizagem conceitual.

A teoria dos campos conceituais foi desenvolvida para estudar as condições de compreensão do significado do saber escolar pelo aluno. A partir de sucessivas situações na escola e na vida cotidiana ocorre a construção do conhecimento. São várias as situações que utilizam um mesmo conceito e assim ocorre o domínio desse conceito, não num primeiro momento, mas através dessa relação entre uma situação e outra. Segundo Vergnaud (1996), quando a situação de aprendizagem é efetiva, os conhecimentos vão se articulando uns aos outros de forma que ocorra a síntese de um novo conhecimento. Assim, o aluno vai aprendendo com a utilização de novos procedimentos de raciocínio, sem ficar repetindo fórmulas e modelos.

Com palavras de Vergnaud:

> A Teoria dos Campos Conceituais é o resultado de muita pesquisa com estudantes, que nos leva a compreender como eles constroem conhecimentos matemáticos. Ela é fundamental para ensinar a disciplina, pois permite prever formas mais eficientes de trabalhar os conteúdos (VERGNAUD, 2008 a, p. 32).

Segundo Moreira (2002), para Vergnaud campo conceitual é:

> [...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição.[...] (MOREIRA, 2002, p. 8)

Vergnaud (2009) define conceito como uma terna de conjuntos, C = (S, I, L) onde:

- S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito;

- I é um conjunto de invariantes operatórios que estruturam as formas de organização da atividade (esquemas) suscetíveis de serem evocados por essas situações;

- L é o conjunto das representações linguísticas e simbólicas (algébrica, gráficas...) que permitem representar os conceitos e suas relações, e consequentemente, as situações e os esquemas que elas evocam.

Esses conjuntos, segundo Vergnaud (2004), estão interligados, pois um conceito não se constrói isoladamente por si só, mas numa relação com outros conceitos, na utilização de vários problemas ou situações que empregam vários contextos e simbolismos. Essa interligação entre conceitos proporcionará ao aluno um desenvolvimento da capacidade de confrontar situações, a fim de encontrar a solução através do conceito que mais se adequar.

Durante o processo de construção de certos conceitos, aparecem os "teoremas-em-ação", que Vergnaud (2008b) trata como a seguir:

> [...] na análise dos processos de conceituação, frequentemente se é levado a distinguir e a religar, ao mesmo tempo, conceitos complementares. É o caso de conceito e teorema e, portanto, de conceito-em-ato e teorema-em-ato. É preciso distinguir, visto que um teorema (entenda-se uma proposição) pode ser verdadeiro ou falso, enquanto um conceito não o pode ser. Ao mesmo tempo, não há teorema sem conceito e não há conceito sem teorema (VERGNAUD, 2008b, p. 43*)*.

Vergnaud (2009) define conceito-em-ação e teorema-em-ação:

> Um conceito em ação é um conceito considerado pertinente na ação em situação.
> Um teorema em ação é uma proposição tida como verdadeira na ação em situação (VERGNAUD, 2009, p. 23).

Os teoremas-em-ação aparecem com frequência no processo de ensino-aprendizagem, pois com a vivência a criança vai acumulando saberes, os quais utiliza na construção dos próximos em forma de teorema, e Vergnaud (1996) diferencia teorema de conceito "[...] A diferença é que um teorema pode ser verdadeiro ou falso, enquanto um conceito não é verdadeiro nem falso, mas apenas pertinente ou não pertinente" (VERGNAUD, 1996, p.16).

Conforme Vergnaud (1986), os teoremas-em-ação não são, evidentemente, expressos sob uma forma matemática, nem mesmo às vezes sob qualquer outra forma. A criança encontra um grande número destes teoremas assim que atua sobre o real e que resolve problemas no espaço, no tempo, no domínio das quantidades e das grandezas.

Segundo Vergnaud (2008b, p. 43), é necessário ver o conhecimento como um processo antes de ser um produto. É uma adaptação, um conceito precisa ser compreendido.

3.6 ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS

Na organização de uma sequência de atividades de ensino voltada para a aprendizagem com medidas, percebeu-se a relação existente entre essa e as estruturas multiplicativas, como são estudadas na teoria dos Campos Conceituais[16]. Em várias situações que apareceram no decorrer das atividades propostas, as estruturas multiplicativas mostraram-se úteis para a solução das mesmas, principalmente quando se tratava de conversões de unidades de medidas. Em virtude disso, serão brevemente apresentadas a seguir, as estruturas multiplicativas, que serão utilizadas posteriormente na análise das estratégias e do aprendizado dos alunos.

Na Escola Básica, principalmente no Ensino Fundamental, de nada adianta ensinar algoritmos, tabuada, regras e fórmulas matemáticas se os alunos não souberem quais situações e problemas podem ser resolvidos por esses tipos de operações.

Conforme Vergnaud (1983):

> [...] seria equivocado separar o estudo de conceitos interligados. No caso das estruturas multiplicativas, sabe-se que é expressamente errada a separação do estudo da multiplicação, divisão, frações,..., pois não são conteúdos matematicamente independentes, mas estão presentes simultaneamente em muitos problemas que os estudantes encontram (VERGNAUD, 1983, p.127, tradução nossa).

Vergnaud (1983) localiza os problemas multiplicativos no campo conceitual das estruturas multiplicativas. A relação existente ocorre entre quatro quantidades e dois tipos de medidas. E, segundo ele, as estruturas multiplicativas podem ser vistas como um conjunto de problemas, que podem ser classificados em três subtipos:

a) Isomorfismo de Medidas;
b) Produto de Medidas;
c) Proporção Múltipla.

3.6.1 Isomorfismo de Medidas

Vergnaud descreve como “isomorfismo de medidas” um conjunto de problemas que envolvem a proporção direta e simples entre dois espaços de medida M_1 e M_2. Essa estrutura descreve um grande número de situações do

[16] A expressão numérica de uma medida é sempre resultado de uma divisão. Pode ser concebida como divisão. Uma certa unidade cabe tantas vezes em outra unidade.

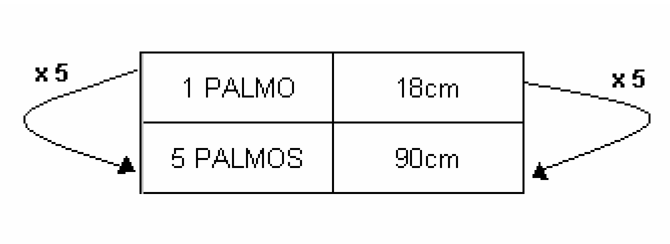
cotidiano e técnicas, que estabelecem relações proporcionais entre conjuntos de mesma cardinalidade. Estas incluem, por exemplo:

- compartilhamento igual (pessoas e objetos);
- preço constante (bens e custo);
- velocidade (tempo e distâncias);
- densidade constante em uma linha, superfície e volume.

Problemas de proporções simples envolvem apenas duas variáveis e são adequadamente modelados por uma função linear. Vergnaud (1983) explica que esses problemas podem ser resolvidos aplicando as propriedades do coeficiente proporcional: se f(x) = ax, então x=1/af(x). Entretanto, o caminho mais natural para os estudantes não é usar essas propriedades, mas aplicar as propriedades isomórficas [17] da função linear: f(x + x') = f(x) e f(x') e f(λx) =λf(x). Por esse motivo, ele classifica os problemas de proporções simples como "isomorfismo de medidas".

A criança aplica essas propriedades da seguinte forma:

"Se um palmo corresponde a 18cm, 5 palmos correspondem a quantos centímetros?"



Ela aplica a multiplicação tanto ao número de palmos quanto à sua medida, usando a propriedade: se f(1)=18, então f(5)=f(5x1)=5xf(1)=5x18=90.

Subdivisões dos principais problemas:

<u>Multiplicação</u>

M_1	M_2
1	a
b	x

[17] Um isoformismo entre dois conjuntos é uma aplicação bijetora que preserva as estruturas algébricas dos conjuntos onde são definidas. Em particular, um isomorfismo entre dois espaços vetoriais onde estão definidas a soma e a multiplicação por um escalar é definido como uma transformação linear bijetora, sendo que a transformação linear preserva a soma e a multiplicação por um escalar.

Exemplo: Se um palmo corresponde a 18cm[18], a quantos centímetros correspondem 10 palmos?

palmos	**cm**
1	18
10	x

Divisão – busca do valor unitário

M_1	M_2
a	b
1	x

Exemplo: Se 5 palmos correspondem a 90cm, quantos cm possui um palmo?

m	**cm**
5	90
1	x

Divisão – busca da quantidade de unidades

M_1	M_2
1	a
x	b

Exemplo: Um palmo corresponde a 18cm. Quantos palmos correspondem a 360cm?

palmos	**cm**
1	18
x	360

[18] Medida em centímetros, do palmo criado numa das atividades da Proposta de Ensino-aprendizagem.

3.6.2 Produto de Medidas

O produto de medidas é a estrutura que consiste numa composição cartesiana entre dois espaços de medida e um terceiro. Ele descreve um satisfatório número de problemas relacionados à área, volume, produto cartesiano, trabalho e vários outros conceitos físicos.

Como há três variáveis envolvidas, a estrutura não pode ser representada pela correspondência simples usada no isomorfismo de medidas. É representada por uma dupla correspondência, por exemplo, existe uma dupla proporção, na área, em relação ao comprimento e à largura independentemente.

No produto de medidas há o modo canônico de selecionar as unidades. A unidade do produto expressa o produto dos elementos unitários. Por exemplo, calcula-se a área de uma sala de aula retangular, multiplicando um lado pelo outro, dados em metros e encontra-se o resultado em metros quadrados.

Segundo Vergnaud (1983), antes de trabalhar a dupla proporção, deve-se trabalhar a proporção simples.

Duas classes de problemas podem ser identificados: os de multiplicação e os de divisão.

a.1) Qual é a área de um quarto retangular que possui 4,4m de largura e 7m de comprimento?

x = a.b área = largura x comprimento

-----------	Comprimento a=7m
Largura b=4,4m	**x = Área**

a.2) Qual é o volume de uma pipa que possui 120cm de altura e área da base igual a 15cm²?

-----------	*Altura* *x = 120*
Área da base *A = 15*	**Volume** **A.x = V**

Os termos escalares envolvidos não são fáceis de se analisar, pois se trata de um produto de duas medidas. São medidas de comprimento que, multiplicadas, resultam em medida de superfície. Por exemplo, multiplica-se metro por metro, obtendo-se metros quadrados. Ou, medidas de comprimento e área que multiplicadas resultam em medidas de volume.

Na segunda classe de problemas, a divisão ocorre quando se conhecem o produto e um dos elementos, desejando-se encontrar o outro elemento.

b) A área ocupada por um reservatório é de 150m². Nesse reservatório cabem 330m³ de água. Qual é a altura do reservatório?

-----------	*Altura* *x*
Área da base *A = 150*	**Volume** **A.x = V = 330**

3.6.3 Proporção Múltipla

A proporção múltipla, segundo Vergnaud (1983), é uma estrutura muito similar ao produto de medidas do ponto de vista aritmético; nessa estrutura o espaço de medida M_3 é proporcional a dois espaços de medida diferentes e independentes. Exemplos:

<u>Multiplicação:</u> certas pessoas pagando as diárias de um Hotel:
Três pessoas pagam cinco diárias num Hotel, cuja diária é de R$ 70,00.
Nesta situação o valor total a ser pago depende do valor da diária, da quantidade de diárias e da quantidade de pessoas.

<u>Primeiro tipo de divisão:</u> tem-se a quantidade de leite num certo período de dias, produzido por um certo número de vacas e calcula-se a quantidade média de leite produzido por vaca.

<u>Segundo tipo de divisão:</u> quantos dias dura uma certa quantidade de cereais para um certo número de pessoas, sendo que cada uma consome uma quantidade diária x.

Segundo Vergnaud (1983), a função bilinear é um modelo adequado para o produto de medidas e a proporção múltipla. A partir dela resolvem-se situações mais complexas do que com a função linear.

3.7 A ORIGEM DOS CONCEITOS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Em função da relação existente entre as medidas e as operações de multiplicação e divisão, pesquisou-se sobre os conceitos envolvidos nessas operações.

Segundo Nunes et alii (2005), a ideia da adição repetida de parcelas iguais é detentora do título de originária dos conceitos de multiplicação, na prática educacional pelo mundo afora. No entanto, esse pressuposto vem sendo questionado com base no reconhecimento de que esta conexão entre adição e multiplicação não é suficiente para explicar o conceito da multiplicação. Pode-se utilizar a adição repetida nos cálculos de multiplicação onde um dos fatores é inteiro, pois a multiplicação é distributiva em relação à adição; no entanto, a adição e a multiplicação são operações com significados distintos e que envolvem também raciocínios de natureza distinta. Existe uma diferença entre o raciocínio aditivo e multiplicativo.

Segundo Nunes et alii (2005), enquanto o invariante conceitual do raciocínio aditivo é a relação parte-todo, o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis. Podemos ver a partir do exemplo seguinte, onde duas quantidades estão em relação constante entre si, numa situação de multiplicação: “Bernardo comprou três metros de barbante. Cada metro custa R$ 1,20. Quanto pagou ao todo?”. As duas variáveis são comprimento e custo, medidas em metros e reais; a relação constante é o preço por unidade de comprimento.

Conforme os autores:

> O raciocínio aditivo refere-se a situações que podem ser analisadas a partir de um axioma básico: o todo é igual à soma das partes. Essa afirmativa resume a essência do raciocínio aditivo. Se queremos saber o valor do todo, somamos as partes; se queremos saber o valor de uma parte, subtraímos a outra parte do todo; se queremos comparar duas quantidades, analisamos que parte da maior quantidade sobra se retiramos dela uma quantia equivalente à outra parte. Por essa razão, diz-se que o invariante conceitual do raciocínio aditivo é a relação parte-todo (NUNES et alii, 2005, p. 84-85).

Já contrastando com esse invariante, Nunes et al. (2005), afirmam:

> [...] o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou duas

> quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si (NUNES et alii, 2005, p. 85).

Dessa forma, resolver situações que envolvem o raciocínio aditivo é deduzir algo que está baseado na relação invariante parte-todo. Já os problemas de raciocínio multiplicativo nos fazem buscar um valor numa variável que corresponda a um valor dado na outra variável. A relação constante existente entre as duas variáveis é que possibilita a dedução na resolução de problemas de raciocínio multiplicativo.

3.7.1 Correspondência Um-a-muitos

Segundo Nunes e Bryant (1997, p. 144) no raciocínio multiplicativo há uma invariável presente que não está presente no raciocínio aditivo. Um novo conceito matemático, o conceito de proporção tem como base a correspondência um-para-muitos.

Para manter uma proporção invariável não utilizam-se ações de unir ou separar, mas replicação, que envolve somar a cada conjunto a unidade correspondente para o conjunto, ou seja, para cada unidade que eu aumentar num conjunto o outro aumenta na mesma proporção, de modo que a correspondência invariável um-para-muitos seja mantida. Existe uma relação entre dois conjuntos, cuja razão é constante. Por exemplo, se a medida de um palmo corresponde a 18cm[19], a medida de dois palmos corresponderá a 36cm. E, assim, a proporção entre a quantidade de palmos e a medida em centímetros será constante.

Ocorre também a replicação inversa, na qual removem-se unidades correspondentes de cada conjunto, mantendo a proporção.

Há um número de replicações aplicadas a dois conjuntos cuja proporção é constante, que refere-se ao fator escalar.

Nas situações em que aparece o esquema de correspondência um-para-muitos, ocorre a ação direta de elementos de um conjunto para com os elementos de outro conjunto relacionado ao primeiro.

---

[19] Medida em centímetros, do palmo criado numa das atividades da Proposta de Ensino-aprendizagem.

Problemas práticos de multiplicação, baseados nessa correspondência um-para-muitos, são resolvidos por crianças de 5-6 anos, não havendo, assim, segundo os autores, necessidade de se esperar até uma 2ª ou 3ª série para trabalhar esse raciocínio, que poderia ser utilizado muito mais cedo.

3.7.2 Relações entre Variáveis – Co-variação

Conforme Nunes e Bryant (1997, p. 145), as situações de co-variação são aquelas em que duas ou mais variáveis co-variam como uma consequência de convenção ou de causa, sendo que a convenção pode ser alterada por novos acordos. Por exemplo, se um metro de corda custa R$ 2,50, meio metro custa R$ 1,25.

Assim como na correspondência um-para-muitos, na relação entre duas ou mais variáveis é possível utilizar o mesmo tipo de operação, replicação e seu inverso. Quanto às diferenças, na co-variação os números se referem a valores sobre variáveis e não a conjuntos. Dessa forma, os valores fracionais emergem no contexto de variáveis. Uma segunda diferença resulta do modo de como as relações invariáveis são expressas. Enquanto na correspondência um-para-muitos a relação entre os conjuntos é expressa pela proporção, na co-variação fala-se em fator, função ou terceira variável. Se por exemplo, nos referimos ao preço da corda, podemos nos referir ao preço por metro de corda que é uma terceira variável conectando as duas primeiras. Esta variável não é um custo real, nem um comprimento real, mas a relação entre os dois. O preço por metro é um sentido novo de número de grande complexidade, pois refere-se à relação entre comprimento e preço e não às quantidades de corda e dinheiro.

3.7.3 Distribuição Equitativa

Conforme Nunes e Bryant (1997, p. 148), a distribuição diferencia-se da adição e da subtração, pois estabelece uma relação multiplicativa entre dois ou mais conjuntos. Enquanto na adição o tamanho do todo é a soma das partes, que não precisam ser iguais, na multiplicação e na divisão há três elementos que devem ser considerados: o tamanho do todo, o número de partes e o tamanho das partes, que é necessariamente o mesmo para todas as partes. Existe uma relação inversa entre o número de partes e o tamanho das partes, pois quanto maior o número de partes, menor o tamanho de cada uma delas. Já, quanto menor o número de partes, maior será o tamanho de cada uma delas (considerando-se o total constante). Entre o número total e o tamanho das partes a relação é direta, pois, quanto maior o total, maior o tamanho de cada parte.

Dessa forma, há novas relações a serem entendidas. Enquanto na correspondência um-para-muitos a proporção é fixa entre dois conjuntos e na co-variação entre duas variáveis e assim continua por todo processo, na distribuição não ocorre o mesmo. Na distribuição, a relação ocorre entre três conjuntos: o tamanho do todo, o número de partes e o tamanho das partes, acontecendo uma divisão e a relação inversa entre o número de partes e o tamanho das partes.

Segundo Nunes e Bryant (1997, p. 148-149), a distribuição é uma ação que se relaciona à operação de divisão e à possibilidade de cortes sucessivos, assim aparece um novo tipo de número, a fração. Nessas situações ocorrem divisões sucessivas que provocam uma transformação na relação entre o todo e as partes. Por exemplo, se pegarmos um pedaço de corda, numa primeira partição podemos dividi-la pela metade, em dois pedaços de tamanhos iguais. Se cada pedaço for novamente dividido pela metade, teremos quatro pedaços iguais. Três partições dessa forma levam a oito pedaços e assim sucessivamente. Essas divisões sucessivas levam a uma progressão que difere das situações de multiplicação.

Conforme Piaget e Inhelder (1993, p. 143-163), é apenas no Estágio IV da construção do contínuo, que a criança consegue constituir o contínuo por uma partição ilimitada. Esse desenvolvimento está vinculado ao das operações formais, quando a criança ultrapassa os limites do perceptível e manipulável e é capaz de operar com hipóteses que se referem a operações concebidas como possíveis.

Exemplo de um problema que é resolvido por distribuição:

“Bernardo tem 15 bolas de gude. Ele vai distribuí-las igualmente entre seus 3 amigos. Quantas bolas cada um receberá?

Esse problema, mesmo apresentando a mesma estrutura do item anterior – duas variáveis e uma relação fixa, não pode ser resolvido por correspondência, pois a relação fixa é desconhecida. Logo, o esquema de ação utilizado é a distribuição.

3.7.4 Coordenação entre os Esquemas de Correspondência e de Distribuição Equitativa

Da mesma forma que os esquemas aditivos não são coordenados entre si no início de seu desenvolvimento, os esquemas de multiplicação também não são.

Segundo Nunes et alii (2005):

> Os problemas diretos de multiplicação são problemas em que se descreve uma correspondência um-a-muitos entre as variáveis e indica-se o valor dos fatores; nos problemas inversos, um dos fatores está ausente e a pergunta é feita sobre o valor desse fator (NUNES et alii, 2005, p. 96).

Quando os alunos fazem a distribuição, percebem que o esquema da distribuição está relacionado às situações multiplicativas.

Segundo os autores, os problemas diretos de multiplicação podem ser resolvidos por crianças de 5 anos – 1ª série; já na solução de problemas inversos, que são os problemas de divisão, são utilizadas as mesmas informações como nos problemas diretos, no entanto a informação não conhecida é o número de partes ou o tamanho das partes, enquanto que nos diretos a informação não conhecida é o tamanho do todo. As crianças mostram menor desempenho nos problema inversos, conforme apresentam Nunes et alii (2005), com base em pesquisa realizada: "Crianças de 5, 6, 7 e 8 anos resolveram problemas diretos e inversos de multiplicação e, todas elas apresentaram uma maior percentagem de acerto nos problemas diretos."

Para desenvolver o raciocínio multiplicativo é necessário focalizar a coordenação entre os esquemas de ação que dão origem a esses conceitos, o esquema da correspondência e da distribuição. É essencial que os esquemas sejam coordenados para que os alunos desenvolvam o raciocínio multiplicativo.

Para promover o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo, segundo os autores:

- os alunos devem ser instigados a resolver problemas sempre;
- deve ocorrer o registro das estratégias;
- tarefas propostas devem ser adequadas ao seu nível de domínio.

4 A PROPOSTA DE ENSINO-APRENDIZAGEM SOBRE MEDIDAS

4.1 CARACTERIZAÇÃO

4.1.1 Do Município

O historiador Jean Roche deu a colônia de Travesseiro como fundada em 1880. Com a vinda dos imigrantes alemães ao Brasil, pouco a pouco alguns foram instalando-se na região. No início da povoação, a maioria era de idioma alemão.

O nome “Travesseiro”, segundo alguns, provém de ‘travessia’, mas a versão provavelmente mais correta é a de que o arroio que lhe empresta o nome serviu como travessão de terras, pois todas as atuais propriedades - e colônias, na época, nele entestam, fazendo deste riacho o seu marco final e inicial.

Travesseiro pertenceu ao município de Arroio do Meio até 1992, quando em 20 de março foi criado como município pelo Decreto nº 9596, sendo instalado em 1º de janeiro de 1993. A população total do município é de 2.379 habitantes, dos quais 59% residem na área rural e 41% residem na área urbana, de acordo com a Contagem da População do IBGE (2007). Sua área é de 81km², representando 0.0302% do Estado, 0.0144% da Região e 0.001% de todo o território brasileiro. O território do município é formado por 75% de áreas montanhosas e 25% de áreas planas.

Travesseiro situa-se no Vale do Taquari, na microrregião Lajeado-Estrela e mesorregião Centro Oriental Rio-Grandense a 114,41km de Porto Alegre. Os municípios limítrofes são Nova Bréscia, Coqueiro Baixo, Pouso Novo, Marques de Souza e Arroio do Meio [20].

A economia do município está baseada na agropecuária, com 76% da arrecadação, a indústria de beneficiamento com 18,84% e outros com 5,165%. Seu IDH é de 0,807 segundo o Atlas de Desenvolvimento Humano/PNUD (2000).

No município há três escolas públicas, todas elas situadas na sede, as quais são:

---

[20] As informações sobre o Município de Travesseiro foram retiradas do site oficial do Município - www.travesseiro.rs.gov.br em 27/07/2009.

- Escola Estadual de Ensino Médio Monsenhor Seger, que atende alunos do Ensino Fundamental e Médio, totalizando 150 alunos [21];

- Escola Municipal de Educação Infantil Criança Esperança, que atende crianças de zero a seis anos em turno integral, atendendo 58 crianças distribuídas em seis turmas;

- Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro Pretto, que atende crianças do 1º ano à 5ª série (6º ano) do Ensino Fundamental, atendendo atualmente 131 crianças distribuídas em sete turmas.

4.1.2 Da Escola

Como professora concursada e lotada na Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro Pretto, optei por aplicar minha proposta de ensino-aprendizagem nessa escola, que possui as características abaixo descritas.

A Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro Pretto localiza-se na Rua 20 de Março, 116, no centro de Travesseiro.

A escola foi criada em 1º de abril de 1910, como Grupo Escolar de Travesseiro, sendo subvencionada pelo Estado do Rio Grande do Sul. A Escola era regenciada pela professora Guilhermina A. Wilsom, tendo 23 alunos matriculados. Esta Escola localizava-se no distrito de Travesseiro, na área baixa da vila, próximo à residência da família Pretto.

Em 1941, foi denominada Escola Rural Pedro Pretto, através de Decreto de Criação nº 291 de 05/04/1941. O nome da Escola foi escolhido pela própria comunidade, através de uma assembleia geral. O nome foi escolhido porque a Escola localizava-se na área rural e porque Pedro Pretto foi um dos comerciantes pioneiros da região que, com recursos próprios, fundou, financiou e construiu a instituição.

Em 25 de março de 1974, pelo Decreto nº 23.035, e por Portaria da SEC nº 20.952 de 27 de setembro de 1979, a escola passou a designar-se Escola Estadual de 1º Grau Incompleto Pedro Pretto, com 53 alunos matriculados.

---

[21] O número de alunos matriculados refere-se ao ano de 2008.

Em 1998, por Decreto Municipal, a Escola passou a ser denominada como Escola Municipal de 1º Grau Incompleto Pedro Pretto. Através do Decreto Municipal nº 394/01 foi designada de Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro Pretto.

Em 2003, a Escola passou a ser uma escola de turno integral com caráter obrigatório, ou seja, os alunos matriculados na mesma, deviam permanecer na escola das 7h30min às 16h30min, o que segue como regra até hoje.

Atualmente, a Escola atende 131 crianças provenientes de todas as localidades do município e de todos os grupos sociais, distribuídas nas seguintes turmas: 1º ano; 2º ano; 2ª série; 3ª série A; 3ª série B; 4ª série A; 4ª série B e 5ª série.

A rotina das crianças que estudam na Escola pode ser descrita como a seguir. Elas chegam à Escola por volta das 7h20min, quando recebem uma fruta antes de iniciar suas atividades em sala de aula. Às 9h30min recebem um lanche feito pelas serventes da Escola. Às 11h30min é servido o almoço, onde são aproveitadas as hortaliças e verduras produzidas na Horta da Escola. A Horta é de responsabilidade dos alunos das quartas séries, que têm essa atividade no horário dos Projetos desenvolvidos no turno da tarde. Eles são acompanhados pelo Engenheiro Agrônomo do município. Às 15h, recebem mais um lanche. Os cardápios são feitos pela nutricionista, que acompanha cada uma das crianças durante todo o ano letivo. As crianças participam de todas as refeições oferecidas pela Escola. Em assembleia de pais, ficou decidido que nenhuma criança levaria lanche de casa.

No turno da manhã, os alunos têm aulas referentes às disciplinas do núcleo comum (Português, Matemática, Ciências, História, Geografia, Ensino Religioso e Educação Física). Na parte da tarde, após um descanso de uma hora, cada turma tem três aulas de uma hora cada, com as seguintes atividades: Inglês, Espanhol, Laboratório de Ensino, Informática, Hora da Leitura na Biblioteca Pública, Teatro, Dança, Música/canto, Música/instrumentos, Projetos (Horta, trabalhos manuais, educação ambiental), Artes, Educação Física, Escolinha de Futebol e Orquestrinha.

Além da carga diária diversificada, os alunos possuem o acompanhamento de Psicopedagoga, Psicóloga, Fonoaudióloga, Médico, Dentista, Assistente Social e Enfermeira que faz o controle da vacinação.

O corpo docente da Escola é formado por dezesseis (16) professores, dos quais dois (2) são homens e catorze (14) são mulheres, onze (11) são concursados e cinco (5) são contratados.

Quanto à formação, catorze (14) professores possuem formação em nível médio o Magistério, enquanto dois (2) possuem o Ensino Médio sem a formação de Magistério. No entanto, todos eles têm Licenciatura ou estavam cursando algum curso de Licenciatura. Três possuem Pós-Graduação em nível de Especialização, dois cursam Especialização na sua área e uma (eu) cursava Mestrado em Ensino de Matemática.

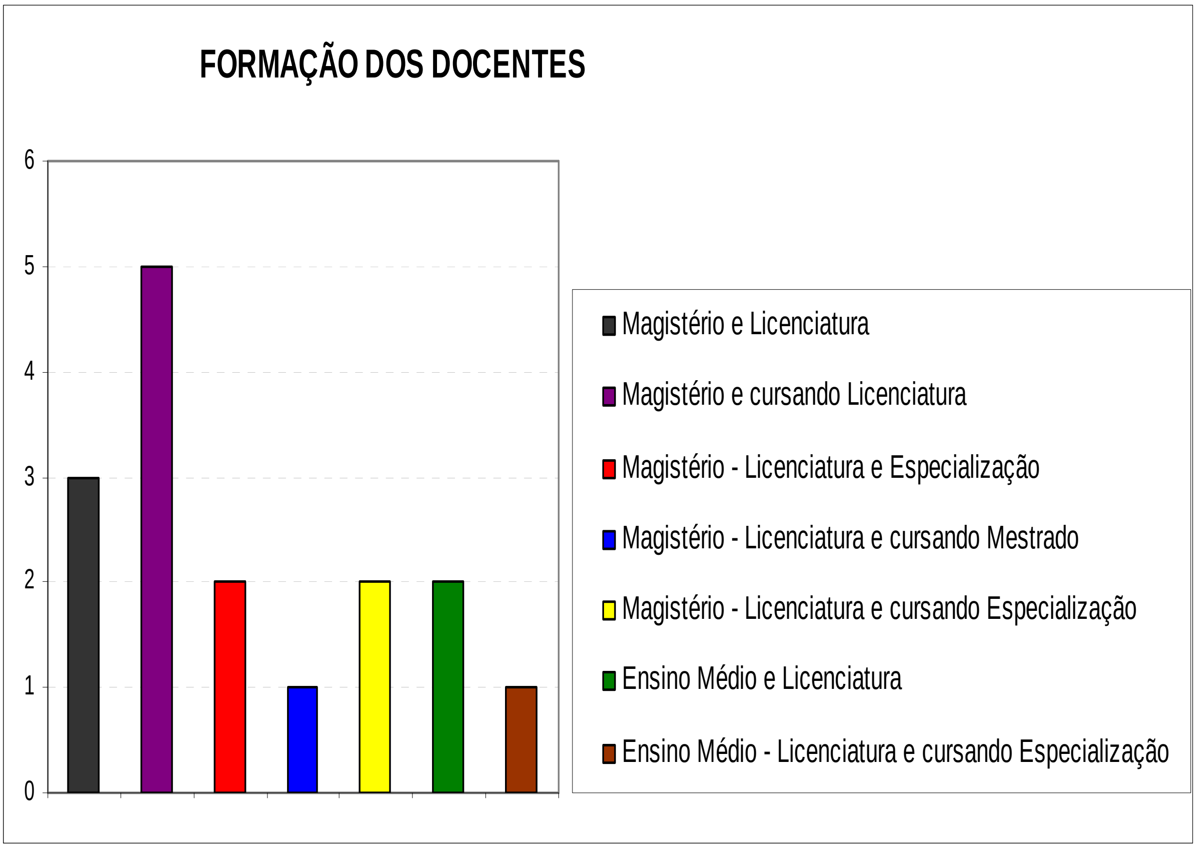


Gráfico 4.1 – Formação dos Docentes da Escola

Como a Escola atende crianças do primeiro ano à quinta série, a formação exigida nas seleções dos professores é a de Magistério. No entanto, os docentes possuem ou buscam formação como Licenciatura ou pós-graduação nas várias áreas da Educação, conforme apresenta o gráfico.

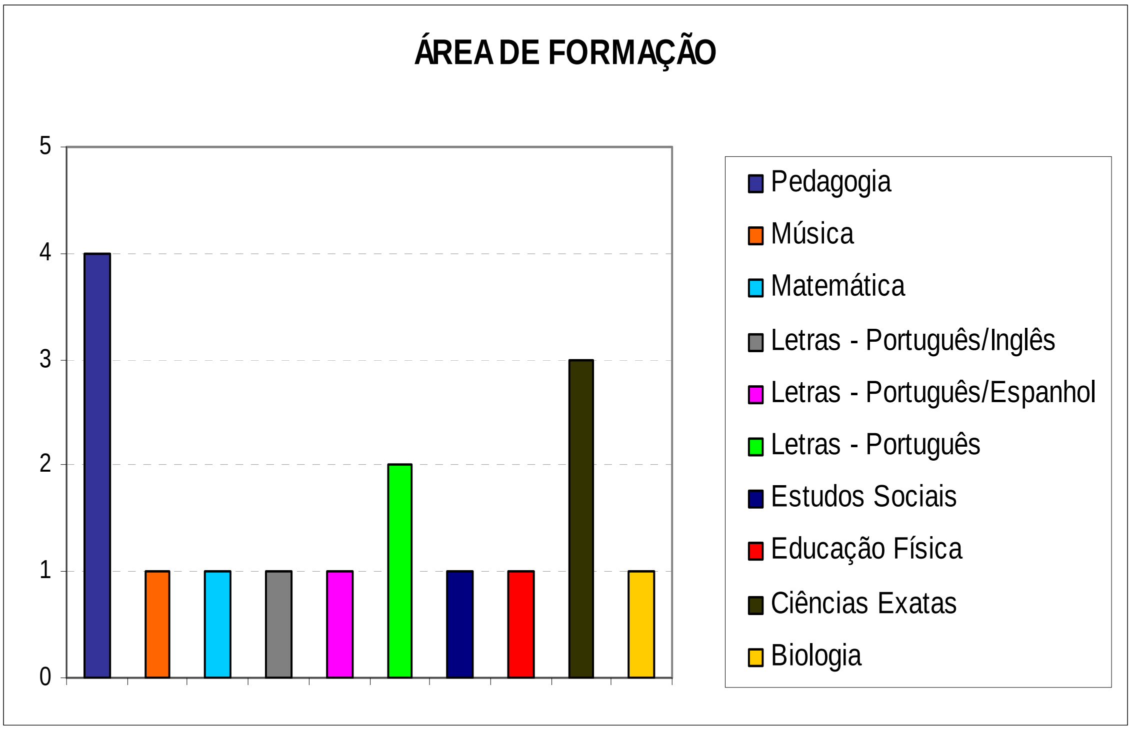


Gráfico 4.2 – Área de formação dos Docentes da Escola

Os professores da Escola reúnem-se quinzenalmente, em reuniões pedagógicas de quatro horas cada, para fazer o planejamento tanto das atividades a serem realizadas na Escola, como das aulas, temas e conteúdos a serem desenvolvidos e avaliações dos alunos quanto ao seu desenvolvimento cognitivo, rendimento e disciplina.

4.1.3 Dos Alunos

A turma escolhida para aplicar a proposta de ensino-aprendizagem foi a 4ª série A, constituída por 15 alunos, para os quais ministrei as aulas de matemática desde o início do ano letivo de 2008.

Os alunos da turma são provenientes de seis das nove localidades do município, conforme apresenta o gráfico:

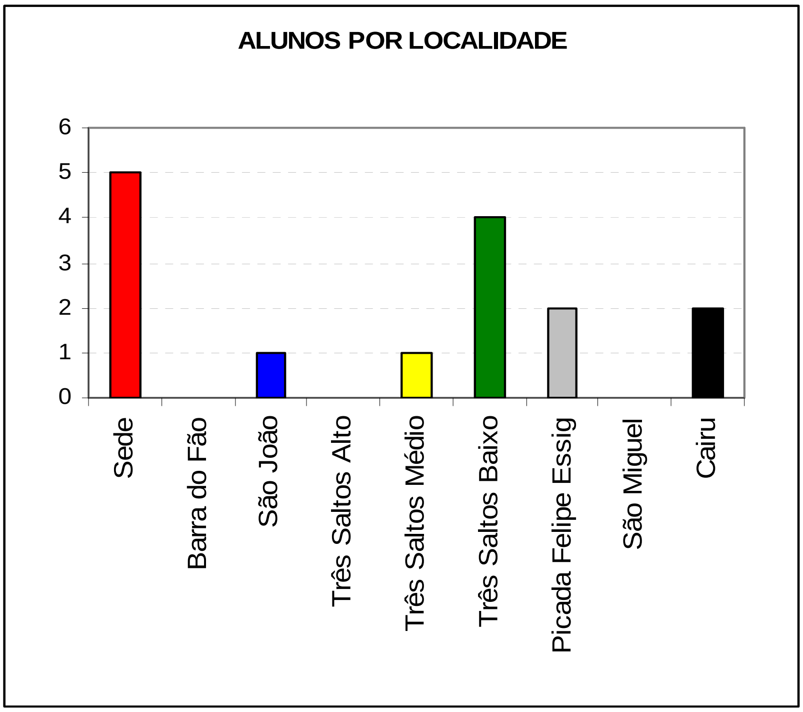


Gráfico 4.3 – Localidades em que moram os alunos da turma

Desses alunos, somente um não utiliza o transporte escolar, pois sua residência fica a 500m da Escola. Os demais, mesmo sendo da Sede do município, moram a uma distância superior a 2km, logo têm o direito de utilizar esse benefício.

A idade dos alunos varia de dez a doze anos, estando a maioria com 10 anos de idade, conforme gráfico:

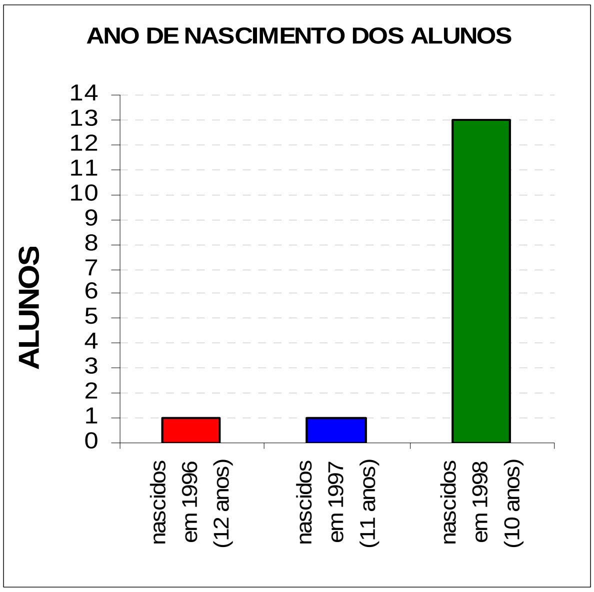


Gráfico 4.4 – Nascimento e idade dos alunos da turma

Dos 15 alunos, nenhum deles é repetente de 4ª série, ou seja, nenhum deles esteve na 4ª série em 2007, todos são provenientes da terceira série dessa Escola. Treze estudam nessa Escola desde a primeira série, em turno integral. Dois alunos iniciaram os estudos aqui na segunda série, vindos de outros municípios.

Além das características anteriormente apresentadas, os alunos são provenientes de famílias que atuam nos diferentes ramos econômicos do Município. A grande maioria dos pais e mães dos alunos são agricultores que trabalham na lavoura, na produção de grãos ou na pecuária como bovinicultores de leite, suinocultores ou avicultores. Os industriários atuam todos na Calçados Majolo, maior indústria do Município, que emprega atualmente 270 pessoas.

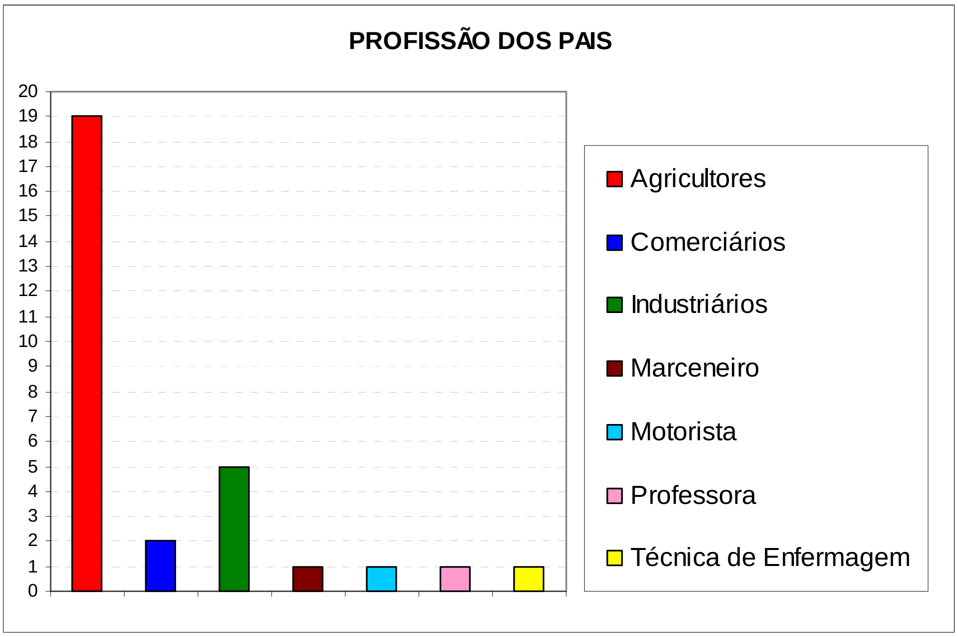


Gráfico 4.5 – Profissão dos pais dos alunos da turma

4.2 CONSTRUÇÃO DA PROPOSTA

A construção da proposta foi motivada por preocupações com o ensino e conhecimento dos alunos sobre o assunto medidas, como também, por observações na atividade de ensino e informações anteriores buscadas com alunos de Ensino Médio, para os quais leciono há cinco anos. As dificuldades por eles apresentadas motivaram o trabalho com medidas. Para isso, procurou-se seguir algumas etapas, as quais foram:

1) Verificação das maiores dificuldades encontradas para o aprendizado de medidas de grandezas. Aplicou-se um questionário, a partir de observações feitas nas aulas com alunos do Ensino Médio, os quais apresentaram várias dificuldades em relação às medidas, principalmente no que diz respeito às conversões de unidades de medidas, perímetro e área.

2) Avaliação da importância do tema nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Em função da utilidade do conteúdo Medidas, acreditou-se que fosse um dos temas que deveria ser trabalhado de forma mais efetiva, logo, decidiu-se elaborar uma sequência para que ocorresse a construção do conceito de medida.

3) Identificação dos conceitos matemáticos necessários e envolvidos na compreensão e uso adequado das medidas. A partir de pesquisa realizada, foram selecionados alguns conceitos que participam direta ou indiretamente da construção do conceito de medida. Em especial, consideramos que as estruturas multiplicativas e a proporcionalidade constituem um campo conceitual relevante para essa construção, principalmente em relação à conversão de medidas.

4) Planejamento de atividades que utilizassem questões do dia-a-dia do aluno, possibilitando a tradução dos conceitos fundamentais de medidas em situações futuras. Algumas atividades foram criadas por mim, considerando o dia-a-dia da escola e dos alunos. Outras foram adaptadas de materiais encontrados sobre medidas, conforme consta na Bibliografia.

Partiu-se de atividades que utilizavam o próprio corpo, pois em muitas atividades de seu dia-a-dia a criança utiliza o próprio corpo, seja para medir, contar e comparar. Como o objetivo da proposta é a construção do conceito de medida, decidiu-se realizar atividades práticas para que as crianças vivenciassem cada etapa da construção do conceito de medida, contribuindo para o entendimento da etapa seguinte.

As atividades da sequência foram organizadas em blocos, para que a construção do conceito de medida se desse de forma progressiva. As atividades articulam-se umas com as outras sem "queimar etapas". Todo processo baseia-se em pesquisa realizada a respeito do assunto medidas.

Considerando as etapas para a construção do conceito de medida, bem como o desenvolvimento cognitivo, o planejamento foi organizado de modo a contemplar os blocos seguintes.

4.2.1 Construção da Unidade

Todo processo de medição iniciou-se pela construção da unidade pois, para que a construção do conceito de medida ocorra, a criança também precisa construir o conceito de unidade.

A utilização do corpo para medir o que lhes fora proposto teve como objetivo incentivar os alunos a criarem sua unidade de medida, não fixando-se nas unidades do Sistema Métrico Decimal nem nos instrumentos de medida que utilizamos com frequência para medir.

Um dos objetivos das primeiras atividades: medir utilizando o corpo como unidade ou até mesmo como instrumento de medida - resultou de informações de que o homem da antiguidade utilizou-se de padrões de medidas ligados ao próprio corpo. Por exemplo, para medir comprimentos utilizou o pé, a polegada, a jarda, o palmo, a braça e o cúbito.

Dividindo a turma em grupos, cada grupo teve a possibilidade de escolher sua unidade, logo, apareceram mais tipos de unidades, favorecendo o surgimento de um problema a ser resolvido: a mesma grandeza sendo comparada com unidades diferentes, inviabilizando a comparação direta dos valores numéricos encontrados, pois cada grupo encontrou um resultado que dependia do tamanho de sua unidade. Dessa forma, toda a turma teve que decidir como resolver a situação, surgindo a necessidade de padronização.

Escolhida a unidade padrão, surgiu a necessidade de utilização de partes da unidade, pois a unidade padrão poderia não caber uma quantidade exata de vezes no objeto que estava sendo medido. Com isso, os alunos tiveram que utilizar o conceito de fração para dividir a unidade em partes iguais, as quais podiam ser partidas novamente em partes iguais e assim sucessivamente. Segundo Nunes e Bryant (1997), os alunos facilmente distinguem entre a metade, mais ou menos que a metade. No caso desse grupo de alunos, que estudou frações antes dessa experimentação, não seria novidade repartir uma unidade em três, quatro, cinco ou mais partes iguais.

Dessa forma, pretendia-se que o aluno reconhecesse que não existe somente uma unidade para medir grandezas de comprimento, além de perceber que a unidade pode ser dividida em partes iguais, as quais novamente podem ser divididas e assim sucessivamente, utilizando-se o que for mais conveniente. Compreendendo assim, a existência ou possibilidade de adesão de várias unidades de medidas de comprimento e a relação existente entre elas.

4.2.2 Conversão de Unidades

O aluno não precisa frequentar uma Escola para aprender os conteúdos e saberes do cotidiano. A Escola deve levá-lo a agregar informações para construir o conhecimento. Por isso, elaborou-se atividades que levaram o aluno a pesquisar e informar-se sobre outras medidas, bem como sobre o Sistema Internacional de Medidas.

Além disso, pretendia-se, com as atividades propostas neste bloco, que o aluno compreendesse a existência do Sistema Internacional de Medidas, através do reconhecimento das várias unidades de medida de comprimento conhecidas e utilizadas, bem como, analisasse as situações que poderiam surgir e utilizasse os valores e unidades adequadas de acordo com cada situação.

Num determinado momento, surgiu a necessidade de realizar conversões de unidades. Como os alunos estão mais habituados a utilizar as unidades do Sistema Métrico Decimal, é importante que elas queiram e saibam expressar o que mediram com essas unidades. Dessa forma, as atividades planejadas levaram à conversão da unidade criada pelos alunos para o Sistema Métrico Decimal.

Num primeiro momento, era proposta uma situação que induzia à transformação da unidade criada pela turma para o Sistema Métrico Decimal. Pretendendo-se, assim, que o aluno sentisse a necessidade de converter a unidade criada para metros, centímetros ou milímetros, utilizando o procedimento que lhe fosse mais acessível. Esperava-se que o aluno empregasse as estruturas multiplicativas, principalmente a proporcionalidade, para realizar as conversões.

Cada uma das atividades propostas objetivava que o aluno compreendesse a existência das várias unidades de medida de comprimentos e conseguisse relacioná-las entre si, fazendo as conversões que lhe fossem mais convenientes.

Este bloco foi composto por atividades que envolvem o dia-a-dia do aluno na escola, fator importante para que percebessem a utilidade do conteúdo no seu cotidiano. A conversão de unidades deve ocorrer de tal forma, que não represente um empecilho para resolver uma situação.

4.2.3 Perímetro

Várias atividades foram elaboradas para construir o conceito de perímetro partindo da ideia de contorno. As atividades foram diversificadas, envolvendo o dia-a-dia do aluno e objetivando sua compreensão de perímetro, que usualmente é chamado de contorno. Foram incluídas também atividades sobre polígonos e o perímetro de polígonos como soma das medidas dos seus lados.

Com a utilização das propriedades da adição e multiplicação no cálculo do perímetro de várias figuras geométricas, esperava-se que o aluno reconhecesse que o perímetro pode ser calculado de forma diferente dependendo do polígono em questão, e que polígonos diferentes podem ter mesmo perímetro. Por exemplo, o perímetro de um quadrado pode ser dado de várias formas: 4 x lado = perímetro, 2 x lado + 2 x lado = perímetro ou lado + lado + lado + lado = perímetro.

A partir de conversações e discussões sobre o assunto, buscou-se a compreensão, por parte do aluno, de que regiões não-poligonais também possuem perímetro, o qual é possível conhecer de alguma forma, utilizando-se um procedimento, não necessariamente de cálculo, para encontrar essa medida.

4.2.4 Área

Durante a construção da proposta, deu-se importância para a construção da unidade em todas as etapas da construção do conceito de medida, no que tange ao comprimento. O estudo da área de figuras ou de determinadas regiões foi planejado da mesma forma. As atividades buscadas e propostas para desenvolver este conteúdo partiam do que podia ser uma ideia inicial de área.

Na primeira atividade do bloco, que envolvia a comparação de regiões coloridas, decidiu-se por realizá-la, pois, segundo Lovell (1988), a criança vai formando lentamente, em sua mente, uma certa noção de área ou tamanho de superfície. Teve-se por objetivo a familiarização do aluno com a relação entre região, área e quantidade de superfície.

Como o comprimento envolve uma dimensão, enquanto a área envolve duas dimensões, planejou-se atividades que auxiliavam o aluno a descobrir a generalização da área de um quadrado ou de um retângulo como o produto da medida do comprimento pela medida da largura. Em função disso, propôs-se atividades como a construção do metro quadrado, para que o aluno não confundisse metro com metro quadrado, entendendo que o m^2 (metro quadrado) é uma medida de toda a superfície.

Com uma noção inicial de área, foram propostas atividades em que o aluno utilizaria esse conceito, bem como calcularia a área de figuras sobrepostas em malhas quadriculadas, compreendendo que é possível obter uma aproximação da área de qualquer região.

Uma das maiores dificuldades apresentadas pelos alunos de Ensino Médio foi a diferença entre área e perímetro. Por esse motivo, foram criadas atividades voltadas para a diferenciação entre área e perímetro. As atividades elaboradas tiveram por objetivo essa diferenciação por parte do aluno, bem como a compreensão de que figuras com perímetros diferentes podem ter mesma área e vice-versa.

Depois de elaborada toda a Proposta, ela foi experimentada em uma turma da 4ª série [22] do Ensino Fundamental.

4.3 RELATO COMENTADO DA IMPLEMENTAÇÃO DA PROPOSTA

A proposta foi implementada numa turma de 4ª série da Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro Pretto de Travesseiro/RS. As aulas foram ministradas de

[22] A 4ª série do Ensino Fundamental de 8 anos corresponde ao 5º ano do Ensino Fundamental de 9 anos.

23 de setembro de 2008 a 28 de outubro de 2008, no turno da manhã, totalizando 13 encontros. A aplicação da sequência didática fez parte do Estágio Supervisionado que é uma das disciplinas do Curso de Mestrado em Ensino de Matemática.

No relato são apresentadas todas as atividades propostas com as devidas explicações sobre cada uma delas, como foram desenvolvidas, as estratégias e os esquemas utilizados pelos alunos.

4.3.1 Construção da Unidade

4.3.1.1 Atividade de medir a sala de aula utilizando o próprio corpo

A turma foi dividida em grupos. Cada grupo recebeu a atividade descrita no quadro a seguir e teve que escolher uma parte do corpo para medir as paredes da sala e as janelas.

Para melhorar o ambiente escolar, decidiu-se:

- colocar sarrafos nas paredes da sala de aula em que não há quadro nem janelas;

- colocar trilhos de alumínio nas janelas para colocar outro tipo de cortinas.

Ajudem-nos a descobrir a quantidade de material necessário.

Cada grupo deverá encontrar uma forma de medir os dois itens sem utilização de qualquer instrumento, somente o corpo. Utilizarão lápis e papel para registrar.

Quadro 4.1 – Atividade proposta de medir a sala de aula

Depois de proposta a atividade que sugeria a medição das paredes da sala de aula, alguns diziam:

- Mas como medir utilizando somente o corpo? Não podemos utilizar a régua?

De início, os alunos tinham um certo conhecimento sobre medida, como a utilização da régua e trena. Além disso, não queriam medir com o corpo, queriam expressar suas medidas em metros e centímetros.

Figura 4.1 – O corpo como unidade de medida

Enquanto mediam o que lhes fora solicitado, dois grupos discutiam entre si, pois ambos haviam utilizado a unidade palmo, no entanto, a quantidade de palmos obtida era diferente, mesmo que tivessem medido a mesma parede. Até que o componente de um dos grupos observou que poderia haver tamanhos diferentes de palmos. De qualquer forma, demonstravam estar cientes de que a medida da mesma parede, quando utilizamos unidades iguais, resulta no mesmo número.

Figura 4.2 – O palmo como unidade de medida

Nas apresentações percebeu-se a diversidade de unidades escolhidas, o que gerou certa desconfiança entre os alunos em relação aos valores encontrados.

Discutindo e comentando sobre as unidades utilizadas, que foram palmo, corpo, passo e antebraço, um aluno disse que todos haviam medido de forma correta, mas que os grupos obtiveram resultados diferentes, pois utilizaram unidades diferentes para medir as mesmas paredes e janelas.

Figura 4.3 – Relatório do Grupo que utilizou o palmo em pé

Em função dessas diferenças, vários alunos comentaram que, para comparar as medições feitas e saber se são confiáveis ou não, deveríamos comparar as medidas obtidas com os palmos entre si. Em outro grupo, deveríamos comparar passo, corpo e antebraço, pois a quantidade de palmos deveria ficar próxima, assim como a quantidade de passos, corpo e antebraço também deveriam apresentar resultados finais próximos. Tinham uma noção de que, mesmo tratando-se de unidades diferentes, poderiam ser classificadas de acordo com seu tamanho, sendo que a quantidade de unidades deveria aproximar-se, quando o tamanho das unidades utilizadas fosse também próximo. Nessa situação, foi possível observar na fala dos alunos um teorema-em-ação: “Quanto maior a unidade utilizada, menor será a quantidade de vezes que a unidade se repetiu.”

Com a ideia de que medidas são necessariamente expressas em metros e centímetros, de vez em quando alguém sugeria transformar as medidas obtidas em metros ou centímetros. Os alunos diziam que, se falassem para a diretora que precisavam de 12 corpos de sarrafos, teriam que enviar o Darlei junto, pois como ele é um dos mais altos da turma, faltaria material se ela escolhesse a medida de outro aluno que é mais baixo. Novamente mostraram dar importância ao tamanho da unidade, pois, utilizando uma unidade menor, mesmo que fosse a mesma quantidade, faltaria material. A partir dessa conclusão aparece um teorema-em-ação[23]: "O resultado da medida depende da unidade, ou seja, quanto menor o tamanho da unidade escolhida, maior será o número de vezes que essa unidade irá se repetir numa grandeza a ser medida."

Concluíram que, na verdade, depois de todas as medições realizadas, não tinham condições de dizer qual a quantidade necessária de material. Em função desse problema que surgiu, foi sugerido que utilizassem somente uma parte do corpo e de preferência da mesma pessoa. Além disso, sugeriram que ao invés de utilizar unidades grandes, deveriam utilizar unidades como um dedo ou até cabelo para obter maior precisão. No entanto, alguns consideraram a utilização do cabelo um absurdo, pois iria demorar demais e gerar confusão na contagem para medir as paredes.

Observa-se sua percepção de que unidades menores resultam em maior precisão, pois é possível aplicar um maior número de unidades inteiras na grandeza que está sendo medida. No entanto, unidades menores podem tornar-se um incômodo e gerar confusão quando a diferença entre a unidade utilizada e a grandeza a ser medida é muito grande, pois será necessário repetir muitas vezes a mesma unidade.

Segundo Caraça (1952), a escolha da unidade faz-se de acordo com o caráter prático de comodidade e economia. Portanto, é necessário que se consiga expressar facilmente o que se mediu.

Os próprios alunos deixaram transparecer a compreensão de que podemos expressar as medidas de acordo com a situação e grandezas a serem comparadas. Dessa forma, tem-se uma ideia mais clara do resultado da medição, que será expresso com facilidade.

Foi possível construir esse entendimento. A experiência fez com que decidissem pela comodidade, reconhecendo a importância da escolha da unidade adequada, de acordo com a grandeza a ser comparada, tratando como mais precisa a medida realizada com a unidade menor, enquanto a unidade maior era vista como a mais prática.

Durante os comentários, os alunos falaram da confusão que gera a utilização de diferentes unidades para medir o mesmo objeto. Eles próprios sentiram a necessidade de padronização das unidades utilizadas, pois mediram as mesmas

[23] O conceito de teorema-em-ação foi abordado no Capítulo 3.

paredes, no entanto, não tinham condições de dizer quem mediu corretamente. O que sabiam é que, se o resultado não era o mesmo, as unidades utilizadas eram diferentes.

Tendo escolhido uma unidade para medir, os alunos mediam repetindo a unidade, fruto de medições realizadas anteriormente. Percebeu-se, nessa atividade, sua ideia de transitividade, pois comentavam que, quanto maior a distância a ser medida, maior a quantidade de vezes que a unidade padrão iria se repetir. Assim, um dos elementos fundamentais presente na medição era lembrado a todo momento.

4.3.1.2 Atividade de criação de unidade única para a turma

A atividade, conforme o quadro abaixo, propõe a criação de uma unidade única de medida a ser utilizada pela turma.

1 – Criar uma unidade de medida única na turma e fazer nova medição. Decidido qual unidade adotar, transferir em uma cartolina a unidade para que possa ser utilizada por todos os grupos. ** Que unidade vamos criar para a turma?* ** Vamos utilizar uma unidade já utilizada por algum grupo ou vamos criar uma diferente de todas as criadas pelos grupos?* ** Como vamos chamá-la?*

Quadro 4.2 – Atividade proposta de criação de unidade única para a turma

Os alunos perceberam a importância de se fazer um acordo sobre uma unidade única de medida para que não houvesse confusão, pelo menos entre eles, pois não estavam satisfeitos com a diversidade de resultados obtidos através da prática. Dessa forma, ficou decidido que iriam escolher o palmo aberto e "em pé" para ser a unidade padrão da turma. Eu sugeri que copiassem o desenho do palmo em uma folha de cartolina para que todos os grupos pudessem utilizar a mesma unidade, tendo um instrumento (palmo de cartolina) para melhorar a medição e conduzir a resultados mais próximos, entre os grupos.

Figura 4.4 – Alunos recortando o palmo, unidade padrão

Figura 4.5 – Alunos utilizando o palmo para medir a parede

Durante a medição, quando todos os grupos tiveram que medir as paredes e as janelas, alguns grupos tiveram dificuldades em medir com precisão. Não seguiam uma linha reta para medir ou não cuidavam para recolocar o palmo de cartolina exatamente onde o anterior tinha sido tirado. Conforme sugere Piaget, Inhelder e Szeminska (1948) em seus estágios, especificamente no segundo, as crianças que não conservam o comprimento, não dão importância ao que está entre as duas extremidades. Consideram apenas as extremidades. Um grupo chegou a comentar que havia algo errado, pois estavam mais avançados que outro, e na sua medição havia menos palmos do que no grupo que já tinha medido uma extensão maior da parede. A minha sugestão foi que medissem novamente. Nessa conclusão, apresentaram e utilizaram um teorema-em-ação: mesmo objeto e mesma unidade resultam na mesma medida.

A lógica presente no ato de medir foi percebida durante as medições que realizavam, quando observavam as diferenças entre os valores encontrados pelos grupos. Se estivessem medindo a mesma parede e alguém mais adiantado na tarefa tivesse, até o momento, encontrado valor menor que os mais atrasados, isso era motivo de desconfiança, pois sabiam que alguém não estaria medindo corretamente. Dessa forma, ficava claro que a inferência lógica ou transitiva não só fazia-se presente, como era utilizada para verificarem se o processo estaria ou não ocorrendo de forma correta.

Conforme Caraça (1952) e Nunes e Bryant (1997), esse componente deve estar bem claro nessas crianças com idade de 9 a 10 anos, para que o ato de medir realmente ocorra com compreensão.

Depois das medições realizadas, cada grupo apresentou as medidas encontradas.

GRUPO	SARRAFOS	TRILHOS DE ALUMÍNIO
1	90 palmos e 5 dedos	27 palmos e 3 dedos
2	104 palmos e 2 dedos	27 palmos e 12 dedos ou 28 palmos e 2 dedos
3	94 palmos e 6 dedos	30 palmos e 9 dedos
4	92 palmos e 3 dedos	30 palmos e 6 dedos
5	89 palmos, um dedão deitado e 2 dedos	27 palmos e 9 dedos

Quadro 4.3 – Resultado das medições realizadas pelos alunos

O Grupo 1 encontrou para os sarrafos 90 palmos e 5 dedos e para os trilhos de alumínio 27 palmos e 3 dedos. Sobre a utilização dos dedos, o grupo comentou que se fez necessário, pois não cabia mais um palmo inteiro. Mas surgiu a dúvida: “Como utilizaram 5 dedos? Se uma mão possui 5 dedos, então cabia ainda um palmo.” Mas discutiu-se isso e os outros grupos, como o próprio grupo 1, perceberam que no palmo utilizado os dedos estavam abertos, enquanto os dedos utilizados para medir o palmo que faltava estavam encostados um no outro.

O Grupo 2 encontrou 104 palmos e 2 dedos para os sarrafos e 27 palmos e 12 dedos = 28 palmos e 2 dedos para os trilhos de alumínio. Consideraram que 10 dedos cabem num palmo e, por isso, aumentaram um palmo e trocaram 10 dedos por um palmo. Fizeram uma conversão de acordo com a sua realidade: uma mão possui dez dedos.

O Grupo 3, em suas medições, apresentou 94 palmos e 6 dedos para os sarrafos e 30 palmos e 9 dedos para os trilhos de alumínio. Utilizaram os dedos, pois, no final, sobrava ou faltava parte de um palmo.

O Grupo 4 encontrou 92 palmos e 3 dedos para os sarrafos e 30 palmos e 6 dedos para os trilhos de alumínio. Utilizaram os dedos para completar a parte da parede onde não cabia mais um palmo inteiro.

O Grupo 5 apresentou a medição para os sarrafos, que resultou em 89 palmos, um dedão deitado e 2 dedos, e para os trilhos de alumínio, que resultou em 27 palmos e 9 dedos. Utilizaram os dedos e o “dedão” (polegar) deitado, pois não cabia mais um palmo inteiro.

A subdivisão da unidade por várias vezes esteve presente no processo de medição, pelo que relataram os grupos. Não porque se tenha exigido que o fizessem, mas por terem sentido a necessidade de fazê-lo. Utilizavam partes menores justamente para suprir o espaço que não comportava mais um palmo, daí a escolha do dedo. A preocupação era encontrar uma unidade que, pelo menos, fosse menor que a unidade padrão utilizada, uma parte do corpo menor que o palmo.

4.3.1.3 Atividade para definir unidade padrão e suas partes

Essa atividade foi proposta para que a turma optasse por uma única parte da unidade padrão e por uma única parte da parte da unidade padrão.

Definição da unidade padrão, sua parte e partes da parte:

UNIDADE PADRÃO	PARTE	PARTE DA PARTE

Nova medição utilizando a parte da unidade e a parte da parte da unidade padrão.

Quadro 4.4 – Atividade proposta de definição da unidade padrão e suas partes

Depois de discutir sobre as medidas encontradas, os grupos acharam interessante que se criasse uma unidade única também para aquelas partes da parede que sobravam, onde não cabia um palmo inteiro. Dessa forma, os alunos foram colocando os dedos fechados sobre o palmo de cartolina e observaram que cabiam exatamente dez dedos encostados um no outro. Vários alunos testaram e para a maioria cabiam dez dedos. Para alguns cabiam somente nove dedos e, para outros, cabiam até onze. Assim, utilizando o que é comum e mais simples, decidiram repartir o palmo em dez partes iguais, que chamaram de “dedo”, mas apareceu a dúvida: “E se não couber um dedo, o que utilizar?” Então, ficou decidido que repartiriam um dedo em duas partes iguais, as quais chamariam de “dedinhos”. Ficando assim:

UNIDADE PADRÃO	PARTE	PARTE DA PARTE
palmo	dedo	dedinho

1 Palmo → 10 dedos

1 Dedo → 2 dedinhos

Tendo decidido qual seria a unidade padrão da turma e suas partes, formamos dois grupos, sendo que um deles mediu as janelas para verificar a quantidade de trilhos de alumínio e o outro grupo mediu as paredes para verificar a quantidade de sarrafos. As medidas encontradas foram:

Sarrafos: 93 palmos e 9 dedos

Trilhos de alumínio: 30 palmos

Questionados sobre a encomenda do material, concordaram que a unidade criada seria uma unidade padrão da turma e que, se falássemos em palmos nas outras turmas, certamente encontraríamos medidas diferentes para os palmos.

Então surgiu uma dúvida: “A diretora saberá o que representam essas medidas, de forma que ela possa encomendar o material sem que falte ou sobre?” Alguns alunos comentaram que, se o material fosse comprado em nosso município, bastaria enviar o palmo, os dedos e dedinhos junto com a quantidade necessária de cada material. No caso de o material ser comprado em outra cidade, como Porto Alegre, por exemplo, foi sugerido que se fizesse cópia escaneada do palmo, dedo e dedinho e que se enviasse essa cópia por e-mail. Mas, comentei que no e-mail poderia acontecer de a figura perder seu tamanho original, pois poderia desconfigurar-se, dependendo de como fosse feita a cópia e de como ela fosse gravada. Então, eu perguntei o que deveríamos fazer. Com esse problema a ser resolvido, uma aluna sugeriu que se pegasse uma régua e medisse cada palmo em centímetros, tanto na altura quanto no comprimento, e que se colocassem, ao lado do desenho do palmo, setinhas indicando as medidas em centímetros.

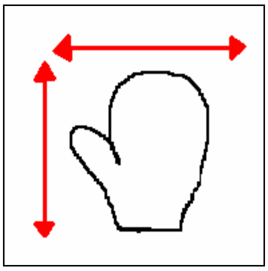


Figura 4.6 – Desenho do palmo e indicação das medidas, semelhante ao desenhado pela aluna

Vemos pelo desenho que a aluna marcou a largura e a altura do palmo, sendo que essa altura não interfere na quantidade de sarrafos ou trilhos de alumínio. Observamos aqui que a unidade não foi abstraída do objeto (palmo) que está sendo utilizado para medir.

Os outros alunos concordaram com o desenho e foram dando outras sugestões. Ficou então decidido que se enviaria a medida do palmo e a do dedo em centímetros, bem como a quantidade de dedos e palmos encontrada para os sarrafos e trilhos de alumínio. Alguns insistiram em enviar o desenho do palmo, dedos e dedinhos, mostrando uma dependência dos objetos usados para medir. Mas, convenceram-se de que seria mais prático fazer a transformação de palmos, dedos e dedinhos em centímetros e milímetros, pois concordaram que é muito mais simples trabalhar com unidades conhecidas. Através dessa decisão coletiva, percebe-se a progressiva abstração da medida em relação ao objeto/instrumento de medida. Conseguiram expressar numericamente os resultados obtidos e, assim, abandonar o instrumento utilizado.

Com isso, entre uma prática e outra, questionamentos e colocações, os alunos mostraram que ocorrera a construção do conceito de unidade, bem como a importância de se escolher uma unidade para medir comprimentos. O ato de medir tornou-se algo submisso à escolha da unidade, a qual determina o número que expressa a medida.

4.3.2 Conversão das Unidades

4.3.2.1 Atividade de converter metros em centímetros e milímetros

A partir do manuseio de instrumentos de medida como régua e trena, os alunos foram solicitados a preencher em grupos, o quadro abaixo.

Preencher o quadro: *A turma será dividida em grupos de três pessoas onde cada grupo deverá com a utilização de trena e régua, observar as unidades que estão nesses instrumentos e concluir:* 1 metro possui .... centímetros. 1 centímetro possui .... milímetros. 1 metro possui .... milímetros.

Quadro 4.5 – Atividade proposta de conversão das unidades

Na atividade de preencher o quadro com a quantidade de centímetros existentes num metro, milímetros existentes em um centímetro e milímetros existentes em um metro, foram utilizadas réguas de 30 cm e trenas de um metro, onde constavam também as polegadas. Não comentei nada, deixei que perguntassem ou discutissem entre si sobre as diferentes marcações da trena. Passando pelos grupos, observei que estavam realmente utilizando as polegadas também, pois a Cassiana disse:

- Um metro possui 39 centímetros.

Como a trena possuía, de um lado, a marcação em polegadas e no outro em centímetros, ela simplesmente virou a trena e fez seu comentário, pois um metro corresponde a um pouco mais de 39 polegadas.

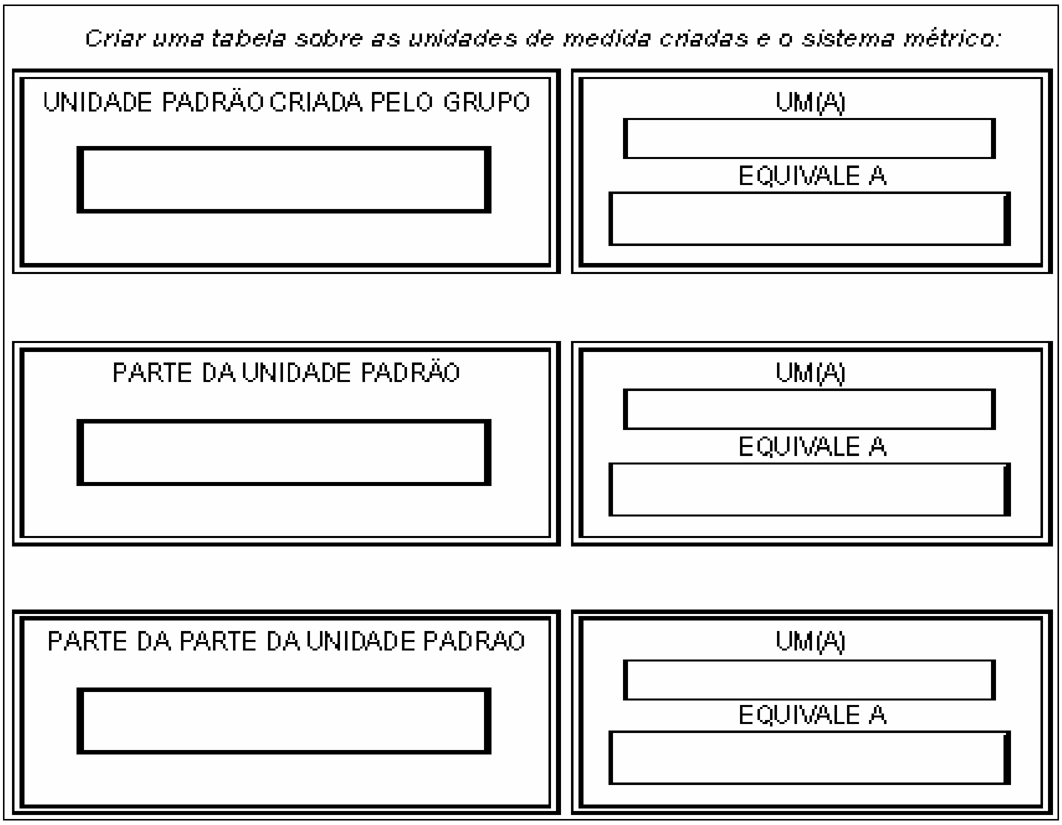
Logo, ela mesma ficou na dúvida e os colegas a corrigiram dizendo que aquelas marcas não representavam os centímetros, mas as polegadas.

Durante a correção da atividade, todos os grupos responderam que 1 metro possui 100 centímetros. Mas, quando foi para responder sobre a quantidade de milímetros existentes em um centímetro, o grupo do Charles, Daniel e Gabriel V respondeu que seriam 9, pois contaram nove riscos entre o zero e o um. Eles não perceberam que cada espaço entre duas marcas é o milímetro. Na ocasião, estavam ignorando o que é uma unidade, que ela tem um comprimento que vai se repetindo. Então, peguei uma régua e perguntei para toda a turma como é que se fazia para medir. Disseram que a distância de um "risquinho" ao outro sempre é contada como uma unidade. Complementei e solicitei que contassem, para perceberem que um centímetro possui 10 milímetros.

Figura 4.7 – Conferindo os centímetros e milímetros que cabem em um metro

<u>4.3.2.2 Atividade de converter a unidade criada para o sistema métrico decimal</u>

Os alunos foram solicitados a medir o palmo, dedo e dedinho de cartolina com a régua e escrever as medidas encontradas em centímetros.


Criar uma tabela sobre as unidades de medida criadas e o sistema métrico:

UNIDADE PADRÃO CRIADA PELO GRUPO

UM(A)

EQUIVALE A

PARTE DA UNIDADE PADRÃO

UM(A)

EQUIVALE A

PARTE DA PARTE DA UNIDADE PADRAO

UM(A)

EQUIVALE A

Quadro 4.6 – Atividade proposta de conversão das unidades da turma no sistema métrico

Na sequência, medimos o palmo, o dedo e o dedinho com a utilização de réguas e trenas. Tanto para o palmo como para o dedo e dedinho foi considerada a sua largura. Cada grupo teve que medir e anotar as medidas encontradas, que para o palmo foram: 16cm e 6mm, 17cm e 5mm, 17cm e 4mm e 18cm. Como as medidas não foram as mesmas, comentamos sobre o que poderia ter acontecido. Os comentários foram vários, como: “não mediram reto”, “quando foi recortado o palmo, deu uma diferença” . Com isso, mediram novamente o palmo e eu os auxiliei. Encontramos 17,5cm, sendo que decidimos utilizar esse valor como a medida do palmo em centímetros, mesmo uma aluna tendo dito que seria mais fácil se utilizássemos 17cm. No momento de medir o dedo, um grupo encontrou 2cm e os demais encontraram 1,8cm. Questionei-os sobre a quantidade de milímetros e responderam que seriam 18mm. Já em relação à medida do dedinho, o grupo que tinha encontrado 2cm para o dedo, apresentou 1cm. E quem tinha encontrado 1,8cm para o dedo apresentou a medida do dedinho igual a 0,9cm. Perguntei como tinham chegado a essas medidas, e o Gabriel B respondeu:

- É fácil, o dedinho é a metade do dedo, então dividimos por dois e conferimos.

Então perguntei o que seriam esses 0,9 cm. Aí o Hélio respondeu:

- Zero, porque dá zero centímetros e 9 milímetros. Não chega a um centímetro.

Observei que os grupos dividiram a medida do dedo por dois para encontrar o valor do dedinho. Alguns conferiram na régua, outros não.

Figura 4.8 – Medindo os dedos e dedinhos

Demonstraram confiar na sua capacidade de encontrar resultados através de cálculos, não sentindo-se dependentes da confirmação dos valores através da régua. Estava ocorrendo uma abstração, pois acreditavam que um cálculo poderia dar-lhes uma maior precisão do que a verificação com o instrumento.

Dando continuidade às atividades, cada um dos grupos teve que converter os valores encontrados a partir das medições das paredes, para saber a quantidade de sarrafos e trilhos de alumínio que seria necessária. As mesmas estavam registradas em palmos, dedos e dedinhos e precisavam ser convertidas em centímetros, metros e milímetros. Retornamos aos valores encontrados na segunda aula e discutimos sobre as medidas em centímetros do palmo, dedo e dedinho. Como as medidas não foram exatamente iguais, mas para o dedo a grande maioria encontrou 1,8cm e para o dedinho 0,9cm, decidimos escolher a medida para o palmo igual a 18cm, e, já que um palmo possui 10 dedos, concluíram que o dedo mediria 1,8cm e o dedinho mediria 0,9cm.

Questionei os alunos sobre a conversão. Então, eles se manifestaram dizendo que seria difícil comprar o material em palmos, pois o pessoal da Loja não iria saber o valor exato do palmo, pois se tratava de um palmo criado pela turma e não uma unidade utilizada em nosso município, estado ou país, o que poderia gerar confusão, sobrando ou faltando material.

Como a turma decidiu adotar o palmo, o dedo e o dedinho, foi mais tranquilo fazer a conversão, pois todos estavam trabalhando com as mesmas unidades.

4.3.2.3 – Atividade de converter metros, centímetros e milímetros

A turma foi dividida em cinco grupos. Cada grupo teve que encontrar algum esquema ou estratégia para realizar as conversões solicitadas.

Atividade em grupos de 3 componentes cada, cuja seleção será feita por sorteio.

** Cada grupo recebe a seguinte tabela para preencher:*

METRO	1	4			2,5		15
CENTÍMETRO	100		1000			70	
MILÍMETRO	1000			500			

Quadro 4.7 – Atividade proposta de conversão das unidades

Inicialmente, foram formados os cinco grupos para realização da atividade de conversão dos valores em metros, centímetros e milímetros. Um grupo solicitou a trena para observar o valor em metros, centímetros e milímetros. Logo, todos os grupos quiseram a trena, mesmo sem saber ao certo o motivo, pois continuaram fazendo cálculos para realizar as conversões. Nas conversões realizadas, nenhum dos grupos solicitou minha ajuda, nem uma explicação extra. Assim que receberam a atividade, tentaram resolvê-la utilizando métodos próprios.

Depois de terem realizado a atividade, cada grupo apresentou seus resultados, no quadro os quais foram:

<table>
<tr><th>MEDIDA</th><th colspan="3">SOLUÇÃO</th></tr>
<tr><td rowspan="3">4m</td><td colspan="3">1m = 100cm = 1000mm</td></tr>
<tr><td colspan="3">multiplicando por 4:</td></tr>
<tr><td colspan="3">4m = 400cm = 4000mm</td></tr>
<tr><td rowspan="4">1000cm</td><td colspan="3">1m = 100cm = 1000mm</td></tr>
<tr><td colspan="3">acrescentando um zero:</td></tr>
<tr><td colspan="3">10m = 1000cm =100000mm* [ERRO]</td></tr>
<tr><td colspan="3">10m =1000cm =10000mm</td></tr>
<tr><td rowspan="3">500mm</td><td colspan="3">500mm é a metade de 1000mm</td></tr>
<tr><td colspan="3">50cm é a metade de 100cm</td></tr>
<tr><td colspan="3">0,50m é a metade de 1m</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2,5m</td><td colspan="3">2m e 50cm = 250cm</td></tr>
<tr><td colspan="3">5m = 500cm = 5000mm</td></tr>
<tr><td colspan="3">dividindo por 2:</td></tr>
<tr><td colspan="3">2,5m = 250cm = 2500mm</td></tr>
<tr><td rowspan="4">70cm</td><td colspan="3">70cm = 0,7m (menor que 1m)</td></tr>
<tr><td colspan="3">70cm = 70000mm (x 1000)*[ERRO]</td></tr>
<tr><td colspan="3">0,7m =70cm = 700mm</td></tr>
<tr><td>menor que 1m</td><td>menor que 100cm</td><td>menor que 1000mm</td></tr>
<tr><td rowspan="5">15m</td><td colspan="3">10m =1000cm =10000mm</td></tr>
<tr><td colspan="3">5m = 500cm = 5000mm</td></tr>
<tr><td colspan="3">10m + 5m = 15m</td></tr>
<tr><td colspan="3">1000cm + 500cm = 1500cm</td></tr>
<tr><td colspan="3">10000mm + 5000mm = 15000mm</td></tr>
</table>

Quadro 4.8 – Soluções apresentadas pelos alunos

<u>Conversão de 4m:</u> "Se 1 metro são 100cm e 1000mm, então 4m são 400cm e 4000mm. Basta multiplicarmos cada um dos valores por 4".

Utilizaram a multiplicação direta e a proporcionalidade (isomorfismo de medidas - uma das estruturas multiplicativas apresentadas por Vergnaud (1983)), partindo do valor unitário da relação: 1m = 100cm = 1000mm, multiplicando cada um dos termos por 4, obtendo 4m = 400cm = 4000mm.

<u>Conversão de 1000cm:</u> "Colocamos um zero, então deu 10m e 1000000mm. Mas será que é realmente um milhão? Achamos que é 10000mm, porque se acrescentamos um zero a 1000mm obtemos 10000."

Questionados sobre o que seria esse adicionar um zero, deram a seguinte explicação: “Para chegarmos a 1000cm, partindo de 100cm, tivemos que somar de 100 em 100 até chegar a 1000.” Então perguntei quantas vezes o 100 teria que ser adicionado. Eles responderam que isso aconteceria 10 vezes. Somaram de 100 em 100 até completar 1000, utilizarando a ideia da soma repetida, que pode ser escrita como uma multiplicação. Não perceberam que somar dez vezes o cem seria o mesmo que multiplicar cem por dez.

Figura 4.9 – Grupo apresentando sua solução

<u>Conversão de 500mm:</u> “Como 500 é a metade de 1000, colocamos 50cm, que é a metade de 100cm, e 0,5m, que é a metade de 1m”.

Foi utilizado o isomorfismo de medidas, a proporcionalidade.

Alguns alunos começaram a discordar do resultado 0,5 e disseram que teria que ser 0,50, pois 0,50 para alguns é diferente de 0,5. Apresentaram dúvidas em relação à escrita dos decimais. Então, para auxiliar na resolução da dúvida surgida, envolvi o sistema monetário, pois faz parte do seu dia-a-dia e perguntei a eles quantos centavos teria um real e eles responderam 100. Pedi que então me mostrassem como se escreve 50 centavos e um dos alunos mostrou que seria 0,50. Aproveitei para perguntar como se escreve cinco centavos e mostraram 0,05. Escrevi no quadro 0,55 e pedi que lessem. Alguns perceberam que 0,5 e 0,50 representam o mesmo valor. No entanto, outros não perceberam. O Gabriel B ainda complementou: “É igual, pois mais adiante aparece 2,5.”

Figura 4.10 – Algumas soluções

Conversão de 2,5m: O grupo que apresentou a solução no quadro relatou: “são 2m e 50cm ou 250 cm, não chega a 3m, então não são 300cm”. Outro grupo colocou sua maneira de chegar ao resultado: “5m são 500cm e 5000mm; como 2,5 é a metade de 5 – temos 250cm que é a metade de 500cm e 2500mm que é a metade de 5000mm”. Além da utilização da proporcionalidade, se um metro corresponde a 100cm, 5m correspondem a 500cm - utilizaram a divisão para resolver a situação: 500 divididos por dois, que são 250, e 5000 divididos por 2, que são 2500.

Conversão de 70cm: “70cm equivalem a 0,7m, pois não chega a dar 1m. E 0,7m equivalem a 70.000mm, pois multiplica-se por 1000”. Utilizaram os 70 cm, os quais multiplicaram por 1000, no entanto, não souberam explicar o motivo dessa multiplicação. Mas, em função desse resultado, outro grupo manifestou-se dizendo que 0,7m é menor que um metro, logo, teremos menos que 1000mm, obtendo 700mm e não 70000 mm. O resultado foi corrigido, mas novamente surgiu a dificuldade em trabalhar com números decimais. Nesse caso, com a multiplicação.

Conversão de 15m: temos que 10m são 1000cm, então 15m = 10 + 5, logo 1000 + 500 = 1500cm e 10000 + 5000 = 15000mm. Nessa resolução utilizaram as propriedades da adição e multiplicação, como a distributividade e a associatividade, bem como a decomposição dos números.Vemos aí novamente um exemplo de aplicação do isomorfismo de medidas: f(15)=f(10+5)=f(10)+f(5)=1000+500=1500.

4.3.2.4 – Atividade de converter a quantidade encontrada em palmos para metros, centímetros e milímetros

Cada grupo de três componentes foi solicitado a escrever a quantidade de cada material em palmos e em seguida converter para metros, centímetros e milímetros.

Atividade em grupos de três componentes cada:

** Cada grupo deverá converter em metros, centímetros e milímetros o que a turma toda mediu.*

UNIDADE	TRILHOS DE ALUMÍNIO	SARRAFOS
PALMO		
METRO		
CENTÍMETRO		
MILÍMETRO		

Quadro 4.9 – Atividade proposta de conversão das medidas para o sistema métrico

Para realizar essa atividade, esperava-se que os alunos utilizassem a ideia de proporcionalidade.

Para dar sentido à atividade, perguntei aos alunos qual seria o motivo da conversão. Então, eles manifestaram-se dizendo que seria difícil comprar o material em palmos, pois os comerciantes não saberiam o valor exato do palmo, o que poderia gerar confusão e sobrar ou faltar material.

Como seriam necessários 30 palmos de trilhos de alumínio, a Cassiana logo falou que deveríamos multiplicar (30 por 18)[24] e assim obteríamos a medida em centímetros. Em função disso, todos os grupos seguiram esses passos para converter os 30 palmos em centímetros. O resultado obtido foi 540cm, que de imediato converteram para 5,40m, pois para cada 100cm teríamos um metro. Logo, 540cm são 5m e 40cm. Questionados sobre as conversões realizadas, o Gabriel B comentou que seria melhor comprar o material utilizando metros, pois seu pai

[24] 18 é a medida do palmo criado pelos alunos, em centímetros.

sempre compra madeira em metros. Mais uma vez, os alunos trouxeram para a sala de aula as práticas culturais, mencionando as falas de seus familiares e a maneira como utilizam o sistema de medidas.

As medidas dos sarrafos também foram convertidas, mas não fiz comentários antes de realizarem as conversões para evitar que algum grupo dissesse como iria fazê-las, possibilitando que outro copiasse ao invés de utilizar estratégias próprias de resolução. Seriam necessários 93 palmos e 9 dedos de sarrafos. A medida em questão foi transformada em centímetros das maneiras seguintes:

GRUPO	SOLUÇÕES APRESENTADAS
GRUPO 1 GRUPO 2 GRUPO 3	93,9 X 18cm = 1690,2cm
GRUPO 4	93 X 18cm = 1674cm 9 X 1,8cm = 16,2cm 1674cm + 16,2cm = 1690,2cm
GRUPO 5	93 X 18cm = 1674cm medindo na trena (9 vezes o 1,8cm) = 15,8cm 1674cm + 15,8cm = 1689,8cm *ERRO

Quadro 4.10 – Soluções de cada grupo

Os Grupos 1, 2 e 3 escreveram 93,9 para a medida do rodapé e multiplicaram por 18, que é a medida estabelecida do palmo em centímetros. Mas estavam confusos e duvidavam do próprio cálculo, por causa da vírgula que colocaram para separar palmos de dedos. Apareceu a dúvida em função de dificuldades na compreensão da multiplicação de números decimais.

O Grupo 4 converteu os valores separadamente. Primeiro multiplicou 93 palmos por 18 e obteve 1674cm. Depois multiplicou 9 dedos por 1,8 e obteve 16,2cm. Somou os dois valores e obteve 1690,2cm em sarrafos. O Eduardo explicou que fizeram essa separação, pois estavam tratando de unidades diferentes: palmos e dedos. Como cada palmo media 18cm e cada dedo 1,8cm, optaram por calcular separadamente para não dar confusão.

O Grupo 5 calculou de forma diferente os dois valores. Para converter os palmos em centímetros, multiplicou 93 por 18 e obteve 1674cm. Para converter os dedos em centímetros, utilizou a trena e mediu de 1,8cm em 1,8cm. Tendo marcado esse valor por 9 vezes, mediu com a régua e encontrou 15,8cm. Então perguntei a eles se era esse mesmo o valor dos dedos em centímetros. Ficaram na dúvida, mas logo o Gabriel B disse:

- Pela conta feita no quadro dá mais que 15,8cm, dá 16 centímetros e 2 milímetros.

A Gabriela sugeriu que se fizesse o cálculo da seguinte forma:

- Vamos separar 1 centímetro de 8 milímetros e fazer cada um deles vezes 9.

A partir da sugestão da Gabriela, os outros ajudaram a calcular daquela forma e foram dizendo:

- Uma vez o nove dá nove e oito vezes o nove dá 72.

Perguntei a eles o que seria o nove e o 72. Responderam que teríamos então 9cm e 72mm. Mas perguntei novamente:

- Como poderemos fazer para ter somente um valor? Em centímetros ou em milímetros?

O Gabriel B sugeriu que se convertesse os milímetros para centímetros:

- Se um centímetro possui 10 milímetros, 72 milímetros são 7,2cm.

- E como saberemos o total de centímetros? – questionei.

Muitos deles responderam que deveríamos somar 9cm com 7,2cm, o que resultaria em 16,2cm, conforme o cálculo do quadro.

Como o grupo do Émerson havia encontrado 15,8cm, questionei-os sobre essa diferença e disseram que ela podia ter ocorrido por uma falta de cuidado em observar os milímetros. Esse grupo confiou mais na medição do que no cálculo, no entanto, faltou cuidado ao medir. Mostraram-se presos ao instrumento e ao concreto, deslocando no instrumento uma a uma as unidades que deviam se repetir, com dificuldade de abstração da medida..

- Faltou “precisão” na hora de medir – disse Hélio.

Questionei-os sobre essa diferença e sua interferência ou não nas medições que realizamos. Fui dando exemplos de onde poderiam sobrar ou faltar 4mm:

- Tenho esse bloco de folhas na mão. Se eu fosse acrescentar ou tirar 4mm na espessura, grossura, faria diferença?

A Cassiana respondeu:

- Se tirássemos 4mm tu ficarias sem folhas.

Perguntei se então faz diferença ter 4mm a mais ou a menos e todos responderam que sim. O Gabriel B deu outro exemplo:

- Se meu pai instalasse uma porta que tivesse 4mm a mais ou a menos, iria dar problema.

Aproveitei para falar sobre as situações em que faz diferença quando faltam ou sobram milímetros. Perguntei se representaria um problema a sobra de 4mm ou falta de 4mm em uma das paredes da quadra de esportes. Responderam que não, pois como a quadra é grande, essa diferença nem seria percebida.

Retornando à quantidade de material necessário para efetuar as compras de trilhos de alumínio e sarrafos de madeira, concluímos que necessitaríamos de 5,40m ou 540cm ou 5400mm de trilhos de alumínio e de 16,902m ou 1690,2cm ou 16902mm de sarrafos de madeira.

Questionados sobre a forma mais prática de encomendar esse material, os alunos disseram que seria melhor utilizar metros. Perguntei a eles:

- Ao invés de comprar 16,902m de sarrafos, poderíamos comprar quantos metros de maneira que não faltasse material?

O Eduardo respondeu:

- Poderíamos comprar 17m e os “quase” 10cm que sobram iríamos cortar.

Com a incumbência de criar uma unidade para medir e com o surgimento de diferentes unidades, os alunos conseguiram selecionar a unidade mais conveniente para aquela situação. Com isso, conseguiram construir um bom conceito de unidade que foi posteriormente transferido para unidades usuais como metro, centímetro, milímetro e polegadas. Em todas as práticas posteriores às de criar unidades, os alunos não demonstraram insegurança ao dizer que na parede de 5,80m a unidade metro se repetia cinco vezes e que, como não era possível utilizar mais um metro inteiro, utilizava-se uma unidade menor, o centímetro, que cabia oitenta vezes na parte que sobrava.

O mesmo ocorreu com a unidade polegada, indicada nas trenas que utilizaram para medir. O grupo não apresentou dificuldades para obter o valor das medições traduzido nessas unidades e até mesmo transformá-las em centímetros e milímetros.

De acordo com as práticas realizadas, os alunos criaram suas formas de medir baseadas em unidades que se repetem e numa inferência lógica ou transitiva que dá sentido ao ato de medir. A partir da construção do conceito de unidade, fundamentaram com clareza o conceito de medida. Ficou claro que a régua é um instrumento no qual uma ou mais unidades se repetem e que com sua utilização poderemos medir comprimentos utilizando unidades conhecidas internacionalmente para facilitar o tratamento com medidas. Na construção desse conceito, utilizaram o conceito de composição aditiva, pois as unidades que se repetem são somadas uma a uma, o que pode ser tratado como uma multiplicação, mesmo que a multiplicação não deva ser vista somente como adição repetida de parcelas iguais. Isso ficou evidente pelo fato de os alunos criarem sua própria unidade, a qual foi se repetindo até a medição completa do que estavam medindo.

A construção da unidade de medida foi fundamental para o entendimento do processo de medida. O fato de os alunos terem construído progressivamente esse conceito colaborou para que o conhecimento fosse bem elaborado.

4.3.2.5 Atividade de converter medidas no sistema métrico decimal

Escrever em metros, centímetros ou milímetros conforme solicitado em cada situação:

a) O quadro negro de nossa sala mede 410 cm e o quadro da sala ao lado mede 3,85 m. Qual dos quadros é maior? Mostre por quê.

b) Bernardo quis comprar um carretel de linha para construir uma pipa, mas ficou na dúvida se era suficiente, pois ele precisava de 10 m no mínimo, e no carretel dizia 100.000 mm.

c) A professora de Artes precisa de 50 cm de barbante por aluno para realizar uma atividade. Como na Escola há exatamente 140 alunos, quantos novelos de barbante serão necessários, sabendo que cada novelo possui 10m de barbante?

d) Quantos degraus possui a escada que leva do 1º andar de nossa Escola à sala da 4ª A? Qual a altura de cada um deles? O que nos dizem essas medidas?

e) Uma parede mede 6 metros e 15 centímetros, qual a medida em metros, centímetros e milímetros?

f) A largura de uma porta é 90 cm, qual sua largura em metros e milímetros?

g) O comprimento da quadra de esportes que está sendo coberta é de 36 metros, qual o comprimento em cm e mm? É útil ou necessário fazer essa transformação? Justifique.

Quadro 4.11 – Atividade proposta de conversões no sistema métrico

Essa atividade foi realizada individualmente, sem a minha ajuda, depois os alunos apresentaram suas respostas, que não foram as mesmas para todos.

Obtivemos as seguintes soluções:

<table>
<tr><td rowspan="4">a) O quadro negro de nossa sala mede 410 cm e o quadro da sala ao lado mede 3,85 m. Qual dos quadros é maior? Mostre por quê.</td><td>SOLUÇÃO 1</td><td>SOLUÇÃO 2</td><td>SOLUÇÃO 3</td></tr>
<tr><td>410cm = 4,10m</td><td>3,85m = 385cm</td><td>410cm > 4m</td></tr>
<tr><td>4,10m > 3,85m</td><td>385cm < 410cm</td><td>3,85m < 4m</td></tr>
<tr><td>diferença de 25cm</td><td>o quadro de 4,10m é maior</td><td>o quadro de 4,10m é maior</td></tr>
<tr><td rowspan="5">b) Bernardo quis comprar um carretel de linha para construir uma pipa, mas ficou na dúvida se era suficiente, pois ele precisava de 10 m no mínimo, e no carretel dizia 100.000 mm.</td><td colspan="2">SOLUÇÃO 1</td><td>SOLUÇÃO 2</td></tr>
<tr><td colspan="2">1000mm = 1m</td><td>10m = 10000mm</td></tr>
<tr><td colspan="2">multiplicando cada um por 100</td><td>100000 - 10000 =</td></tr>
<tr><td colspan="2">100000mm = 100m</td><td>90000 mm</td></tr>
<tr><td colspan="2">100m - 10m = 90m</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">c) A professora de Artes precisa de 50 cm de barbante por aluno para realizar uma atividade. Como na Escola há exatamente 140 alunos, quantos novelos de barbante serão necessários, sabendo que cada novelo possui 10m de barbante?</td><td>SOLUÇÃO 1</td><td>SOLUÇÃO 2</td><td>SOLUÇÃO 3</td></tr>
<tr><td>1 aluno utiliza 50cm</td><td>140 x 50cm = 7000cm</td><td>1m = 100cm para 2 alunos</td></tr>
<tr><td>2 alunos utilizam 100cm = 1m</td><td>7000cm = 70m</td><td>10m = 1000cm para 20 alunos</td></tr>
<tr><td>20 alunos utilizam 20m</td><td>70m equivalem a 7 novelos</td><td rowspan="2">70m = 7000cm para 140 alunos</td></tr>
<tr><td>140 : 20 = 7 novelos</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">d) Quantos degraus possui a escada que leva do 1° andar de nossa Escola à sala da 4ª A? Qual a altura de cada um deles? O que nos dizem essas medidas?</td><td colspan="3">SOLUÇÃO ÚNICA</td></tr>
<tr><td colspan="3">19 x 16cm = 304cm = 3m e 4cm</td></tr>
<tr><td rowspan="4">e) Uma parede mede 6 metros e 15 centímetros, qual a medida em metros, centímetros e milímetros?</td><td colspan="3">SOLUÇÃO ÚNICA</td></tr>
<tr><td colspan="3">6m e 15cm = 6,15m = 615cm</td></tr>
<tr><td colspan="3">1m = 1000mm 60m = 6000mm</td></tr>
<tr><td colspan="3">6,15m = 6150mm</td></tr>
<tr><td rowspan="5">f) A largura de uma porta é 90 cm, qual sua largura em metros e milímetros?</td><td colspan="3">SOLUÇÃO ÚNICA</td></tr>
<tr><td colspan="3">90cm = 0,90m</td></tr>
<tr><td colspan="3">1m = 1000mm</td></tr>
<tr><td colspan="3">0,9m = 900mm</td></tr>
<tr><td colspan="3">1000mm - 100mm = 900mm</td></tr>
<tr><td rowspan="4">g) O comprimento da quadra de esportes que está sendo coberta é de 36 metros, qual o comprimento em cm e mm? É útil ou necessário fazer essa transformação? Justifique.</td><td colspan="3">SOLUÇÃO ÚNICA</td></tr>
<tr><td colspan="3">3m = 300cm</td></tr>
<tr><td colspan="3">30m = 3000cm</td></tr>
<tr><td colspan="3">36m = 3600cm = 36000mm</td></tr>
</table>

Quadro 4.12 – Diferentes soluções apresentadas pelos alunos

Em relação à questão **a** obtivemos as seguintes soluções:

Solução1: Convertemos 410cm para 4,10m. Comparamos 4,10m com 3,85m e vimos que o quadro de nossa sala, que possui 4,10m, tem 25cm a mais que o quadro da outra sala.

Solução 2: Convertemos 3,85m para 385cm e vimos que o nosso quadro é maior, pois mede 410cm.

Solução 3: Vimos que 410cm passam de 4m e 3,85m não chega a 4m. Então o nosso quadro é maior.

Nas três soluções ocorreram maneiras diferentes de analisar a situação.

Foram apresentadas as seguintes soluções para a questão **b**:

Solução 1: É suficiente e ainda sobra: 100000mm equivalem a 100m, porque se 1m possui 1000mm, fazendo 100 x 1000, obtemos 100000. Como Bernardo precisa de 10m, sobram 90m.

Solução 2: Podemos converter os 10m para milímetros. 10 x 1000 = 10000mm. Bernardo precisa de 10000mm e como no carretel tem 100000mm, sobram 90000mm de linha.

As soluções da questão **c** foram muito interessantes:

Solução 1: Se um aluno precisa de 50cm, dois alunos precisam de 1m. Já 20 alunos precisam de 10m de barbante. Para descobrir a quantidade de novelos de barbante fizemos 140 : 20 = 7. Assim, para os 140 alunos, precisamos de 7 novelos de barbante, o que corresponde a 70m de barbante.

Solução 2: Fizemos 140 alunos vezes 50cm por aluno, o que deu 7000cm no total. Isso são 70m, então precisamos de 7 novelos.

Solução 3: 1m são 100cm – 2 alunos; 10m são 1000cm – 20 alunos

Precisamos de 70m, o que são 7 novelos de barbante.

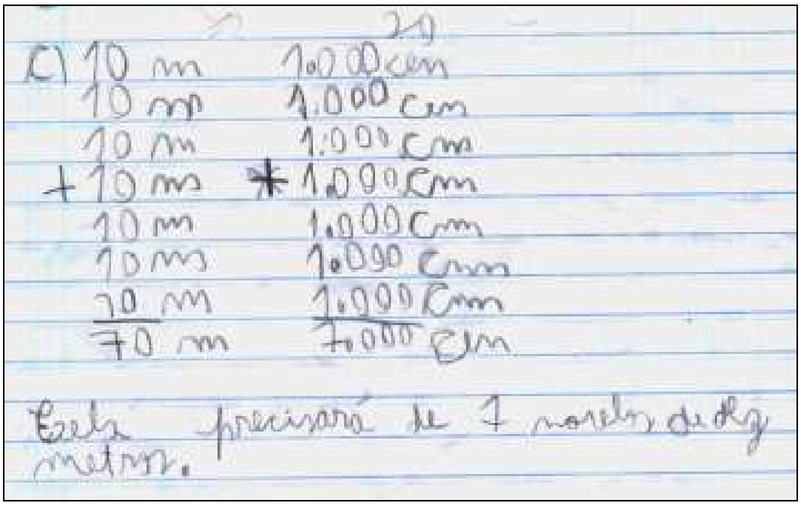


Figura 4.11 – Atividade **c** resolvida por um dos alunos

A solução apresentada parta a questão **d** foi única. Os alunos foram até a escada, contaram os degraus e mediram a altura de cada um deles. A grande discussão foi sobre a diferença entre as alturas dos degraus. As alturas variaram de 15cm a 19cm. Em função disso, decidimos escolher a medida que mais vezes apareceu. Logo escolhemos 16cm para altura dos degraus, num total de 19 degraus. Todos fizeram o cálculo 19 x 16 = 304cm, o que seria igual a 3m e 4cm. Quanto ao item “o que nos dizem essas medidas”, a maioria respondeu que seria a altura da escada. O Daniel disse que seria: “a altura, lá de baixo até aqui em cima”. Questionei-os sobre essa afirmação do Daniel e concordaram. Seria então a altura do 1º piso.

Figura 4.12 – Medindo a altura de cada degrau da escada

Figura 4.13 – Medindo, contando e registrando

A questão **e** foi bastante simples, todos a resolveram sem dificuldades, da seguinte forma: 6m e 15cm são 6,15m e 615cm, se 1m são 1000mm então 6m são 6000mm, logo, 6,15m são 6150mm.

Na questão **f** bastava realizar a conversão. Para converter para metros, temos zero metros e 90cm, então 0,90m. 1m possui 1000mm, 0,9m possui 900mm, desconto 100 de 1000mm. Essa questão foi considerada simples, pois os alunos fizeram a conversão mentalmente, não tiveram que calcular, rascunhar, escrever. Como dizem eles: “fizemos de cabeça”.

Na verdade, o que fizeram foi uma multiplicação e transformação fracionária e decimal, pois 90cm são nove décimos do metro, logo, são 0,9m.

Converteram, na questão **g**, 36m para 3600cm e 36000mm, pois 3m seriam 300cm, então 30m são 3000cm. Em geral, os alunos utilizam a ideia do acrescentar zero. Quando questionados, justificam ser uma soma de parcelas iguais. Quanto à utilidade ou necessidade de converter as medidas para cm e mm, justificaram que seria útil, pois se não fosse mais possível colocar um tijolo inteiro, utilizando centímetros ou milímetros, o pedreiro saberia exatamente que parte do tijolo utilizar. O Gabriel B complementou: “Quando dá uma folga, com centímetros e milímetros se tem o valor mais exato.”

Os alunos não se contentaram em dar a resposta final, justificavam o motivo e cada um deles utilizava uma estratégia diferente dos colegas e própria. Para comparar medidas entre si, estavam cientes de que era necessário falar na mesma unidade. E que, no caso das medidas 3,85m e 4,10m, basta comparar a parte inteira. Como neste caso o número 4 é maior que o número 3, sabe-se que 4,10m é maior que 3,85m. Logo, não há necessidade de comparar os centímetros que aparecem depois da vírgula. Identifica-se a compreensão do sistema decimal.

A ideia da proporcionalidade esteve presente nas conversões, evidenciando o uso das estruturas multiplicativas. A multiplicação como soma de parcelas iguais foi também utilizada em situações onde a organização do pensamento poderia ser feita dessa forma.

Pela larga e convincente utilização da proporcionalidade nas mais variadas situações, foi tranquilo trabalhar com as conversões das unidades de medidas. A conversão dos metros para centímetros e milímetros e vice-versa não gerou confusão, não tendo sido ensinada nenhuma regra. A única memorização necessária foi quanto à quantidade de centímetros e milímetros necessários para completar o metro.

A variedade de métodos e esquemas utilizados para resolver cada situação mostra a autonomia dos alunos em chegar à solução, utilizando suas próprias estratégias.

A atividade foi muito boa, pois cada um resolveu a situação proposta de sua maneira. Antes da realização da mesma, solicitei que ninguém comentasse sua forma de resolver, pois poderia atrapalhar a atividade. É o que fizeram. Cada um pensou de uma maneira e na hora da correção, apresentou sua forma de pensar e resolver as situações. Perceberam a validade das estratégias dos demais, cujas soluções às vezes eram mais simples do que as próprias.

4.3.2.6 Atividade de pesquisa sobre o sistema métrico decimal

Formação de grupos com 3 pessoas em cada, a critério dos alunos. Pesquisa em livros dados pela professora e na Internet sobre medidas de comprimento.

Quadro 4.13 – Atividade de pesquisa proposta

Os alunos apresentaram o que pesquisaram sobre as unidades de medida de comprimento existentes, sobre a história do surgimento do metro e partes do metro.

Na pesquisa realizada, apareceram a braça, o passo, a jarda, a polegada, o pé, o palmo e o metro. Ao falarem do passo, comentaram que uma mesma pessoa pode dar passos de tamanhos diferentes, logo, essa unidade poderá gerar confusão e falta de precisão na medida. Sobre a jarda, quando questionei-os sobre o que seria uma jarda, o Darlei respondeu:

- Uma jarda é um metro, pois a Maria [25], que tem venda em Três Saltos Baixo, quando vende cordas, mede assim (com o braço, da ponta do nariz até a ponta do dedo) um metro.

Em muitos momentos, os alunos trouxeram à sala de aula as práticas culturais de suas comunidades. Percebeu-se que conhecimentos do dia-a-dia interferem nas atividades escolares.

Depois questionei a turma sobre a medida da jarda e a Bruna respondeu ter encontrado num livro que a jarda mede 91,4 cm e que faltariam 8,6 cm para completar um metro. Então perguntei:

-Mas como?

Eles responderam:

-É que um metro possui 100 centímetros e para completar os 100 precisamos juntar 8,6 cm.

Mesmo não tendo estudado na escola o metro, seus múltiplos e submúltiplos, eles mostraram ter conhecimento dessas unidades, como mostraram ser capazes de realizar conversões.

Continuando, apresentaram a polegada e mostraram em seus dedos o que seria a medida da polegada. Mas, solicitei a eles que me dissessem a medida em centímetros da polegada. Um grupo respondeu que era 2,5 cm e outro falou em 2,54 cm. Aproveitou-se o momento para discutir a utilização da polegada, como em televisores, canos PVC, ferro usado em construções, e que medida, em centímetros, representam 20, 29,... polegadas num televisor.

Sugeri que descobrissem, então, qual a medida aproximada da diagonal de um televisor de 29 polegadas, em centímetros. Os alunos ficaram quietos por alguns instantes, então sugeri que pensassem da seguinte forma, utilizando 2,5 cm como

---

[25] Nome fictício de uma Comerciante da Localidade de Três Saltos Baixo, que fica a 16 km da Sede do Município de Travesseiro.

valor para polegada, para facilitar o cálculo em função das casas decimais: 1 polegada = 2,5 cm, 2 polegadas = 5 cm. Questionei:

- Então, 4 polegadas são quantos centímetros?

Alguns responderam 8 centímetros, até que um dos alunos disse:

- Se duas polegadas são 5 cm, então quatro polegadas são 10 cm.

A partir de atividades anteriores e da minha intenção em fazê-los raciocinar dessa forma, utilizaram as estruturas multiplicativas, a proporcionalidade para resolver a situação. A relação ou proporção existente entre uma polegada foi estendida às demais, descobrindo o valor em cm de 29 polegadas da seguinte forma:

POLEGADAS	CENTÍMETROS
1	2,5
2	5
4	10
8	20
16	40
32	80

POLEGADAS	CENTÍMETROS
32 - (3.1) 32 - 3 29	80 - (3.2,5) 80 - 7,5 72,5

Quadro 4.14 – Conversão das polegadas para centímetros, pelos alunos

Mas, como 32 polegadas ultrapassam 29 polegadas, os alunos ficaram na dúvida. E agora, o que fazer? Eu sugeri que pensassem na quantidade de polegadas que passam das 29 polegadas. Então, disseram ser três, logo eu lhes disse que deveriam então descontar dos 80 centímetros, o referente a três polegadas. Calcularam o equivalente a três polegadas e chegaram à conclusão de que seriam 7,5 cm. Descontaram, então, esse valor dos 80 cm, encontrando 72,5 cm. Logo, o televisor de 29 polegadas teria aproximadamente, 72,5 cm.

Para resolver a situação, os alunos utilizaram a proporcionalidade, mas induzida por mim. Além disso, eu poderia tê-los provocado para que pensassem como chegar a 29, ao invés de propor o desconto de três unidades.

Comentei com os alunos que eles deveriam registrar como haviam resolvido o cálculo proposto, pois num próximo momento iríamos medir a diagonal da televisão de 29 polegadas da Escola e conferir.

Seguindo as apresentações, os alunos falaram do palmo. Comentamos sobre a maneira como ele é utilizado para medir, que é '"aberto e em pé", da mesma forma como eles estabeleceram na atividade de medição das paredes. Questionei-os sobre o palmo, se já o utilizavam ou conheciam. Logo, a Gabriela respondeu:

- Nós utilizamos o palmo quando jogamos bolita, para medir a distância.

Em função da resposta dada, pedi que me explicassem como fazem as medições no jogo de bolitas. Aí alguns foram até o quadro mostrar e outros mostraram no chão mesmo. Novamente, os alunos trouxeram uma prática cultural para a sala de aula, seu dia-a-dia, pois nos intervalos das aulas jogam bolita e utilizam o palmo para medir as distâncias.

Depois disso, solicitei que apresentassem o que pesquisaram sobre o aparecimento do metro. Questionei os alunos sobre os motivos que levaram à criação de um padrão universal de medida, no que alguns disseram:

- Inventaram o metro para facilitar a vida e evitar confusões, porque os corpos das pessoas possuem medidas diferentes. E, como utilizavam partes do corpo das pessoas, fez-se necessário criar uma medida única.

Na pesquisa feita, apresentaram a primeira definição dada para o metro:

"1 metro é igual a 1/10.000.000 do arco que corresponde a 90º do meridiano terrestre que passa por Paris."[26]

Perguntei a eles se saberiam dizer o que é o meridiano, pois poderiam estar simplesmente relatando o que pesquisaram, sem saber ao menos o significado.

Mas, responderam que estudaram o Globo Terrestre nas aulas de Geografia. Perguntei a eles se o metro era uma unidade que tinha sido criada por alguém, "vindo do nada", então responderam que não, pois ele estava relacionado com as medidas do Planeta Terra.

Na sequência, falaram sobre as partes do metro e mostraram muita segurança ao falar do centímetro e do milímetro, mostrando em suas réguas o que seria cada uma dessas unidades. Disseram que o centímetro seria a centésima parte do metro e que o milésimo seria a milésima parte do metro e a décima parte do centímetro. Aproveitei para retomar a sugestão de um aluno de utilizar o fio de

[26] Conforme pesquisa realizada - Pró-Letramento: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Matemática – Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2007. Grandezas e Medidas – fascículo 5 – Mara Sueli Simão Moraes, p.47.

cabelo como unidade padrão na atividade de medir as paredes. Perguntei por que haviam desistido, então, o Gabriel B respondeu:

- Achei que seria vantagem medir com o dedo ou fio de cabelo porque, chegando no final da parede, seria mais difícil sobrar ou faltar um espaço para medir. E usando unidades menores dá para saber a medida exata.

Perguntei novamente, porque então teriam desistido se a medida encontrada seria mais exata. Aí a Cassiana respondeu:

- Isso iria demorar demais e poderíamos perder a conta.

Com base nessa resposta, comentei com os alunos sobre a vantagem e a desvantagem de se utilizar uma certa unidade de medida, o que depende da situação e daquilo que queremos medir. Demonstraram ter entendido que não basta medir, é preciso escolher a unidade mais adequada para cada situação.

Conforme Caraça (1952), no problema da medida ocorre a escolha da unidade, cujo procedimento obedece à economia, comodidade e praticidade.

Retomei o assunto centímetro e milímetro e pedi a eles:

- A espessura do fio de cabelo aproxima-se mais de que unidade? Metro, centímetro ou milímetro?

Logo responderam milímetro. O aluno Gabriel B sugeriu:

- Podemos ver quantos fios de cabelo formam um milímetro?

Respondi que sim, mas pedi à turma que me mostrassem o que representa um milímetro em suas réguas. Como todos mostraram corretamente, pedi que fizessem a comparação. Nos grupos em que estavam, foram pegando seus fios de cabelo e colocando sobre a régua. Após terem feito as comparações apresentaram três resultados diferentes:

1 milímetro = 6 fios de cabelo
1 milímetro = 5 fios de cabelo
1 milímetro = 4 fios de cabelo

O Gabriel B., que “emprestou” seus fios de cabelo para o grupo que concluiu que um fio de cabelo cabe 4 vezes em um milímetro, defendeu-se:

- Pode dar diferença de um cabelo para outro. Eu tenho cabelo grosso.

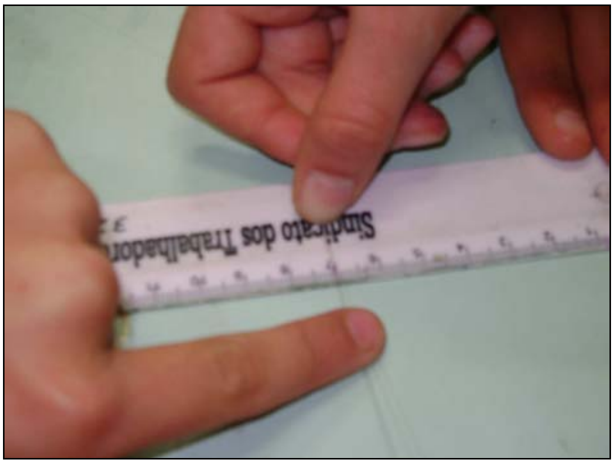


Figura 4.14 – Comparando a espessura do fio de cabelo e o milímetro

Observamos que, realmente, a espessura do fio de cabelo varia. Portanto, não estaria errado terem encontrado valores diferentes. Perguntei a eles:

- Que parte do milímetro representa o fio de cabelo em cada grupo?

O grupo dos cinco fios de cabelo de imediato respondeu:

- Um quinto ou a quinta parte.

Então comentei:

- Quer dizer então que é possível dividir o milímetro em cinco partes iguais?

Responderam que sim, e que no caso dos seis fios seria possível até dividir o milímetro em seis partes iguais. Perguntei se o milímetro seria a menor unidade de medida existente. Por um instante, ficaram quietos, aí um dos alunos disse:

- Vai até o infinito.

Observou-se pela resposta desse aluno sua ideia de partição ilimitada, que Piaget e Inhelder [27] afirmam dar-se no Estágio IV da construção do contínuo.

Na mesma hora o Gabriel S tirou de sua mochila uma lupa. Colocou-a sobre a régua, dizendo que existem coisas muito pequenas, que se observarmos com uma lupa ou microscópio, conseguimos vê-las.

Comentei com eles que o fio de cabelo tem sua espessura, que representa uma parte do milímetro e que realmente, trabalhando com coisas muito pequenas, são utilizadas unidades menores que o milímetro. E, que nem por isso, deixa-se de medir essas grandezas.

[27] PIAGET e INHELDER, a Representação do Espaço na Criança. Artes médicas, 1993 – Capítulo 5 – As noções do ponto e do contínuo. p.143-145.

4.3.2.7 Atividade de reconhecimento de outras unidades utilizadas para medir

** Para medir comprimentos existem somente as unidades vistas até o momento? Como você mediria a distância da Escola à sua casa?*

Quadro 4.15 – Atividade de pesquisa proposta

Depois da correção das atividades, questionei-os sobre outras unidades de medida de comprimento do Sistema Métrico Decimal, e logo, a maioria respondeu: "quilômetros". Foram dando exemplos da utilização dos quilômetros:

- No carro, para medir a velocidade, são usados os quilômetros. Por exemplo, 1 quilômetro por hora – o carro faz 1 quilômetro em uma hora. – disse Charles.

O Eduardo complementou:

- O trator do meu pai faz 25 quilômetros em uma hora, mas meu pai nunca faz isso.

A Cassiana também deu sua contribuição:

- Os quilômetros são a distância para ir de um lugar para outro.

Sobre o que a Cassiana falou, perguntei se distâncias entre dois lugares somente se medem em quilômetros, então responderam que não, pois poderia haver distâncias menores que um quilômetro. Aproveitei para fazer a relação entre quilômetros e metros, e eles responderam com convicção que 1km seria o equivalente a 1000m.

Como tarefa de casa, pedi que descobrissem a distância de sua casa até a escola.

No retorno, cada um dos alunos apresentou a distância de sua casa até a Escola e fizeram alguns comentários do tipo: "Como é que tu dizes que da tua casa até a Escola dá 15km se tu moras depois de mim, e da minha casa até a Escola são 16km?" Não falei com eles sobre essa questão, pois ouvi eles comentando, mas percebi sua atenção quanto às distâncias. Foi uma prova de utilização da lógica, "se tu moras mais longe, a distância de tua casa até a Escola é maior do que a minha." Nessa situação apareceu a transitividade, que segundo o estudo realizado é parte importante na construção do conceito de medida. Justificavam a relação entre duas distâncias e a possibilidade de uma ser maior ou menor que a outra.

Em relação a muitos conteúdos desenvolvidos a partir desse tema, os alunos tinham uma ideia inicial, aproveitavam o seu dia-a-dia e de seus pais para falar do assunto e contribuir para aquilo que se estivesse abordando. Em muitos casos, a ideia trazida era confusa, mas isso resolvia-se com o trabalho realizado em sala de aula, quando os próprios colegas, de vez em quando, corrigiam o que estava em desacordo, bem como com a realização de atividades.

4.3.2.8 Atividade de utilização do sistema métrico no dia-a-dia da Escola

> A Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro Pretto, escola de turno integral, acolhe crianças de todas as localidades do Município. Em 2008 estão matriculados .... alunos, provenientes das .... localidades. A grande maioria utiliza transporte escolar. Para fazer uso do mesmo é necessário morar a pelo menos .... de distância da Escola. Os alunos que percorrem a maior distância são da localidade de Barra do Fão e percorrem .... diariamente.
>
> A Escola possui uma área construída de .... Para cercar toda a Escola são necessários .... de tela, enquanto que para cercar a horta da Escola são necessários .... de tela.
>
> A Escola está bem equipada tecnologicamente. Recentemente foi instalado um telecentro com .... computadores, cujo monitor é de .... o que significa que a diagonal da tela possui essa medida, que corresponde a .... centímetros. Há também .... televisores de ...., cuja diagonal da tela possui essa medida, o que corresponde a .... cm, e um televisor de .... que corresponde a ....cm.
>
> Um dos materiais utilizados por todos os alunos é o lápis, mas a maioria possui lapiseira, cuja grafite possui espessura de .... ou de ...., pois esta não quebra com tanta facilidade.
>
> Quanto aos cadernos, alguns possuem caderno grande, cujas medidas são .... de largura, que equivale a ...., e .... de altura, que equivale a .... Já os cadernos pequenos possuem .... de largura, que equivale a ...., e .... de altura, que equivale a ....

Quadro 4.16 – Atividade proposta sobre a Escola

Em relação à quilometragem mínima necessária para que o aluno possa usufruir do transporte escolar, a maioria sabia que se tratava de 2km. A distância de Barra do Fão até a Escola é de 28km. Como consta "diariamente", o Gabriel V comentou:

- Se é diariamente, é ida e volta, então são 28km mais 28km, o que dá 56km.

Quando chegaram ao item "área e medidas da Escola e horta", pediram para medir. Então decidimos que cada dupla iria medir algo, e que num segundo momento trocaríamos as informações. Assim foi, solicitaram as trenas e puseram-se a medir. Acompanhei-os em suas medições, que ocorreram dentro da normalidade, pois utilizaram corretamente a trena e registravam cada medição realizada. Tendo medido tudo o que constava na atividade, voltamos para a sala de aula e cada dupla teve que apresentar seus resultados de acordo com a seqüência na atividade.

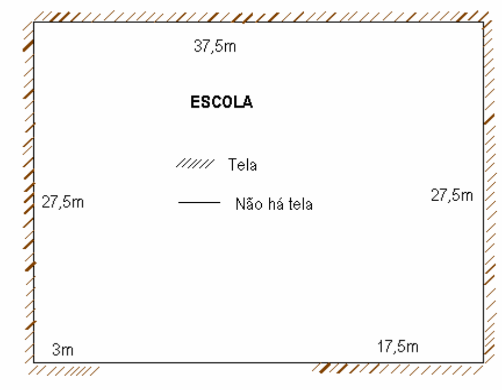
Figura 4.15 – Medindo a Escola

Medições feitas no prédio da Escola: um lado possui 27,5m e o outro 34,5m. Questionei-os sobre porque tinham medido somente dois lados e não os quatro. Disseram que o prédio é um retângulo e que os dois lados que não foram medidos teriam as mesmas medidas daqueles que haviam medido. Perguntei se então seria indiferente, quais lados eu fosse medir, desde que fossem dois lados. A Gabriela explicou:

- Precisam ser dois lados que se encostam, não podem ser dois lados que estão um de frente para o outro porque esses são iguais.

Com essa explicação apareceu o reconhecimento de que um retângulo e um quadrado possuem lados iguais entre si, e que para diferenciar um quadrado de outros tipos de retângulo bastaria medir os dois lados que se encontram e juntos formam um ângulo de 90°. Isso pode ser atribuido ao estudo de algumas figuras geométricas em momento anterior ao da aplicação da proposta.

Os demais alunos concordaram, então continuamos a atividade. Em relação à quantidade de tela necessária para cercar a Escola, os alunos comentaram e eu enfatizei que na frente da Escola existe uma parte sem tela. Então, para cercar a Escola, da forma como temos a cerca hoje, são necessários 113m de tela, somando: 37,5 + 27,5 + 27,5 + 17,5 + 3.



Quadro 4.17 – Desenho da Escola (onde há tela e onde não há)

Mediram também a horta e encontraram 21m de um lado e 29m do outro, comentaram novamente que não haveria necessidade de medir os quatro lados, pois a horta não seria “torta”, dando-lhes a convicção de que os outros dois lados teriam essas medidas também.

Figura 4.16 – Medindo a Horta

Pela expressão “torta”, subentende-se que a ideia de ângulo reto esteja presente, mesmo que não seja em forma de número e de um valor dado em graus. A perpendicularidade, mesmo não tendo sido trabalhada, é identificada nas figuras e tratada como item importante para diferenciar algumas figuras de outras. Há um conceito de perpendicularismo presente, que podemos tratar como um teorema-em-ação. Neste caso, basta conhecer dois lados consecutivos para saber as medidas de todos os lados da figura [28].

Em relação à quantidade de tela necessária, apresentaram o resultado obtido da seguinte forma:

PERÍMETRO DA HORTA	CÁLCULO
100m	(21 + 29) + (21 + 29) = 50 + 50 = 100
100m	(21 + 29) x 2 = 50 x 2 = 100
100m	21 + 29 + 21 + 29 = 100
100m	(21 + 21) + (29 + 29) = 42 + 58 = 100

Quadro 4.18 – Cálculo do perímetro da Horta, sugestões dos alunos

Partindo de uma soma direta dos quatro lados de um retângulo, os alunos foram construindo uma regra para o cálculo do perímetro. Com base na propriedade associativa, foi possível escrever esse cálculo de quatro formas diferentes. A propriedade em questão foi tratada com muita clareza pelos alunos, o que tornou prático o cálculo do perímetro do retângulo.

Quanto aos computadores do telecentro, um grupo foi conferir, sendo que havia 11 computadores, cujo monitor é de 15 polegadas - o equivalente a 38,1cm - valor obtido a partir da medição realizada com a trena, que possui a marcação das polegadas. Os televisores de 20 polegadas confirmaram o nome dado aos mesmos. Medindo a diagonal da tela com a trena, observaram que seria o equivalente a 50,8cm. Já o televisor de 29 polegadas não confirmou sua medida que, conferida várias vezes, não estava de acordo, marcando exatamente 27 polegadas, correspondendo a 68,58cm, segundo os alunos quase 68,6cm. Mesmo tendo

[28] Essa propriedade é válida para todos os paralelogramos.

conferido os valores na trena, alguns calcularam o valor das polegadas em centímetros fazendo:

POLEGADAS	CENTÍMETROS
1	2,54
2	5,08
20	50,8
27	68,58
27 x 2,54 = 68,58cm	

Quadro 4.19 – Conversão das polegadas, realizada pelos alunos

Enquanto alguns alunos preferem calcular, confiando mais no cálculo do que na medição com o instrumento, outros sentem necessidade de medir e observar as respostas no instrumento, na trena.

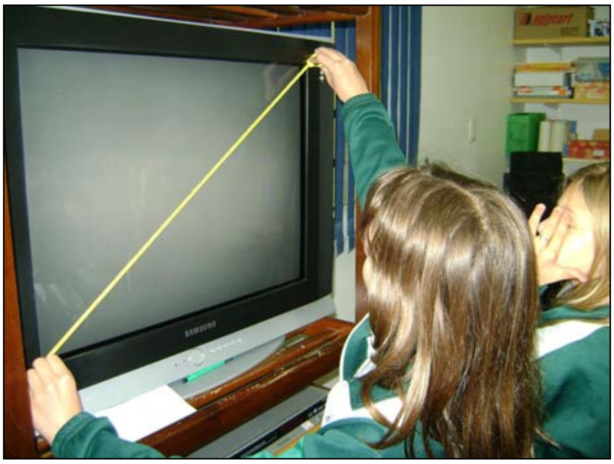


Figura 4.17 – Medindo a diagonal da televisão para conferir a quantidade de polegadas

Referente aos materiais escolares utilizados, como grafite e caderno, copiaram os valores que constam nos materiais e converteram com muita tranquilidade as medidas dadas em milímetros para centímetros. O único comentário que surgiu foi sobre a espessura do grafite 0,5mm – “é a metade de um milímetro”.

Durante a conclusão da atividade, os alunos comentaram sobre a utilização de quilômetros, metros, centímetros, milímetros e polegadas – unidades empregadas de acordo com o comprimento e distância em questão. Falaram da dificuldade que seria medir grandes distâncias em milímetros, ou, então, utilizar quilômetros para medir a altura de um caderno, ou até mesmo centímetros para falar da espessura do grafite.

Em todas as medições referentes à atividade, os alunos optaram pela comodidade e facilidade no registro do valor numérico encontrado. Souberam fazer a escolha da unidade de acordo com o tamanho daquilo que estava sendo medido para obter maior precisão e, ao mesmo tempo, economizar no trabalho, evitando criar confusões em função da unidade escolhida.

4.3.3 Perímetro

4.3.3.1 Atividade para introduzir o conceito de perímetro de um retângulo

A atividade descrita abaixo foi elaborada com uso de papel quadriculado para facilitar o desenho do retângulo que representaria a horta. Posteriormente, foi trabalhada a área da horta usando-se o mesmo retângulo.

Recortar em papel quadriculado um retângulo semelhante à horta. Considerar que o lado de cada quadradinho equivale a um metro.

Quadro 4.20 – Atividade proposta, baseada na medida dos lados da horta

4.3.3.2 Perímetro do Retângulo

Perímetro do retângulo: ** Como podemos escrever essa soma dos lados da horta?*

Quadro 4.21 – Atividade coletiva proposta para calcular o perímetro do retângulo

Retornamos ao texto da aula anterior, mas já estava claro para os alunos que não haveria necessidade de se medir os quatro lados da horta para saber a quantidade de metros de tela necessários para cercá-la. Na sequência, entreguei uma folha de papel quadriculado para cada aluno e solicitei que recortassem um retângulo, o qual poderíamos chamar de planta baixa da horta (termo conhecido em função das aulas de geografia). Deixei claro que a medida do lado de cada quadradinho do papel quadriculado corresponderia a um metro. Contaram 29 unidades de um lado e 21 unidades do lado adjacente, depois recortaram o retângulo, conforme a figura 4.18. Já nessa figura observamos uma possibilidade de confusão entre o lado e a unidade de área, pois a numeração do desenho parece estar se referindo aos quadradinhos do contorno.

Novamente, falando na quantidade tela necessária, registramos os valores já relatados na aula anterior e discutimos sobre os mesmos:

PERÍMETRO DA HORTA	CÁLCULO
100m	(21 + 29) + (21 + 29) = 50 + 50 = 100
100m	(29 + 21) x 2 = 50 x 2 = 100
100m	21 + 29 + 21 + 29 = 100
100m	(29 x 2) + (21 x 2) = 58 + 42= 100

Quadro 4.22 – Cálculo do perímetro da Horta, realizado pelos alunos

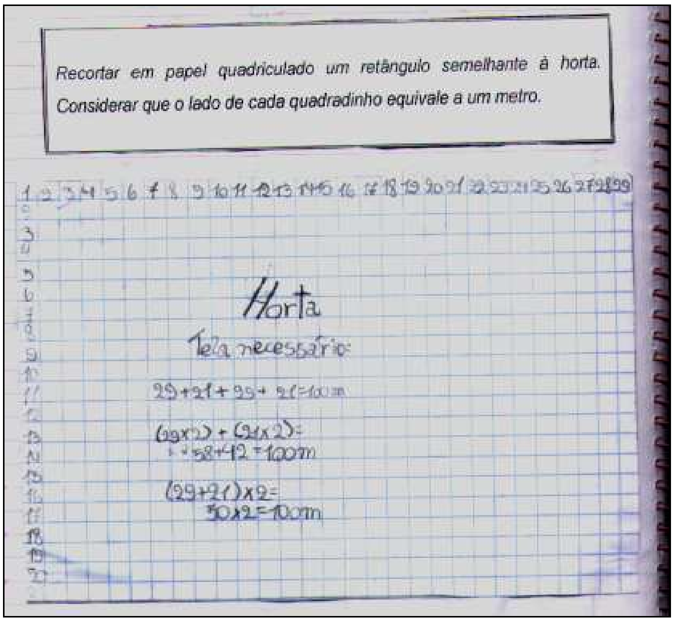


Figura 4.18 – Retângulo com as anotações da quantidade de tela, solução de uma aluna

- Temos aí quatro formas de dizer a quantidade de tela que precisamos. Como podemos chamar essa quantidade de tela? Que medidas temos da horta?

Falaram que temos a medida dos lados da horta, o que equivale ao seu contorno. Então perguntei a eles como poderíamos chamar o contorno da horta. Não responderam nada muito diferente de contorno, só “medida ao redor”.

Figura 4.19 – Recortando um retângulo semelhante à Horta

Aí perguntei se saberiam dizer o que é o perímetro. Logo o Hélio disse:

- Perímetro urbano.

E o Charles complementou:

- É verdade, tem placas que dizem “perímetro urbano”.

Continuando, perguntei sobre o que saberiam em relação ao Perímetro Urbano, e responderam que seria o terreno que faz parte da zona urbana.

- É o contorno de certa área. – disse um dos alunos.

A partir disso, perguntei se o perímetro da horta também poderia ser então o seu contorno. As respostas foram afirmativas, assim definiram em conjunto o que poderia ser o Perímetro:

“É o contorno, a soma das medidas de todos os lados.”

Utilizei algumas das formas anteriormente descritas para calcular o Perímetro de um retângulo e questionei-os sobre a validade desse cálculo para qualquer figura geométrica. Fui dando exemplos, com desenhos no quadro e questionando-os:

- Como posso obter o perímetro de um quadrado?

Alguns responderam:

- Basta medir um lado e fazer vezes quatro, ou somar quatro vezes aquele valor.

- E o perímetro do triângulo?

- Aí depende, os lados podem ser iguais ou diferentes. Se os três lados forem iguais, basta fazer a medida de um deles vezes três, mas se forem diferentes, temos que medir os três lados e somar todos eles. - disse o Darlei.

- E se eu tiver que encontrar o perímetro de um círculo?

A Gabriela sugeriu que se fizessem dois “traços” no meio do círculo. Um na vertical e outro na horizontal. Depois deveria se fazer a medida de cada um deles multiplicada por dois, daí somar. O Gabriel B sugeriu que se medisse com a trena até o meio e se multiplicasse esse valor por dois.

Com essa explicação percebe-se a importância dada às linhas retas, ou então, aos segmentos de reta. Independente da situação, a solução é buscada nas retas. Essa utilização de linhas retas pode estar relacionada ao fato de as réguas serem retas, ou seja, os instrumentos utilizados pelos alunos são rígidos.

A Cassiana disse:

- Eu acho que é melhor pegar um metro que mede tecido, uma fita métrica e medir tudo ao redor.

Perguntei por que não utilizariam a régua e me responderam que “ela é reta, não se entorta aí não dá para medir certo.” Ainda perguntei, então:

- Se tivéssemos que cercar com tela um canteiro em forma de círculo, como seria melhor proceder?

Acharam que o melhor seria medir ao redor. Pegar uma trena e contornar o canteiro.

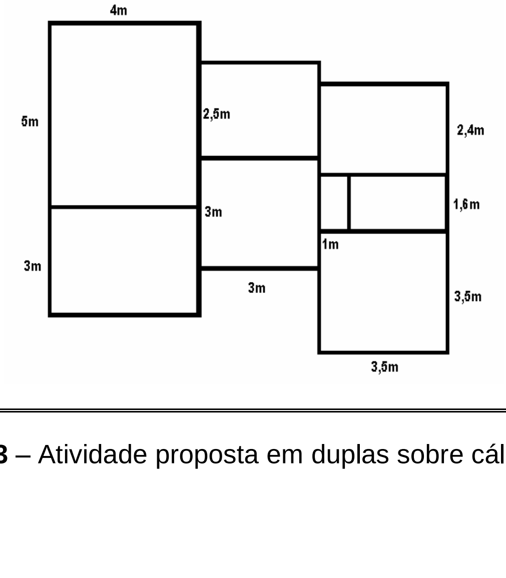
Perceberam que não tinham o conhecimento suficiente para calcular o perímetro de uma circunferência sem medi-la diretamente, como acontecia nas outras figuras em que, dependendo da figura, bastava medir um dos lados.

Em relação ao perímetro das diferentes figuras geométricas, percebeu-se a clareza acerca do assunto, pois consideraram cada figura com suas próprias características e a partir delas generalizavam. Perceberam que um triângulo pode ter todos os lados ou nenhum lado igual aos demais, permitindo assim que se calcule o perímetro de um triângulo, dependendo de sua apresentação. Um quadrado teria os quatro lados iguais e um retângulo os lados iguais dois a dois.

Figura 4.20 – Como verificar o perímetro de objetos redondos

4.3.3.3 Atividade envolvendo perímetro – sala – casa – Escola

a) Quantos metros de tela que cercava a cancha, havia antes de ser coberta, sabendo que é um retângulo, cujos lados medem 36m e 26,50m?
b) Que retângulos poderíamos cercar utilizando a tela que foi retirada? Será possível cercar a horta da Escola? Falta, sobra, justifique.
c) Suponhamos que se queira trocar o rodapé das 5 salas do 2º piso da Escola, mas será colocado rodapé de cerâmica e não de madeira. Cada barra de cerâmica mede 40 cm, quantas barras de cerâmica serão necessárias?
d) Qual será o perímetro da quadra coberta?
e) Temos abaixo a planta baixa de uma casa, na qual pretende-se colocar rodaforro de gesso e rodapé de madeira. Que quantidade em metros e centímetros de cada material será necessário?



Quadro 4.23 – Atividade proposta em duplas sobre cálculo do perímetro

a) Quantos metros de tela que cercava a cancha havia antes de ela ser coberta, sabendo que é um retângulo, cujos lados medem 36m e 26,50m?

Procederam da seguinte forma:

36 + 26,5 + 36 + 26,5 = 125m

(36 + 26,5) x 2 = 125m

b) Que retângulos poderíamos cercar utilizando a tela que foi retirada? Será possível cercar a horta da Escola? Falta? Sobra? Justifique.

É possível, mas sobram 25m de tela, porque 125 – 100 = 25

Poderíamos cercar os seguintes retângulos e ainda sobraria tela, pois a tela necessária não chegaria a 125m:

36m por 12m   e   20m por 10m

Já um retângulo de 36m por 27m não seria possível cercar, pois iria faltar meio metro de tela em dois lados, ou faltaria um metro.

d) Qual será o perímetro da quadra coberta?

Todos eles responderam “é a mesma resposta da letra ‘a’, porque o perímetro é igual ao contorno, metros de tela que tinha na cancha”. Logo, a resposta foi 125m.

e) Temos abaixo a planta baixa de uma casa, na qual pretende-se colocar rodaforro de gesso e rodapé de madeira. Que quantidade em metros e centímetros de cada material será necessário?

Os alunos foram somando as medidas dos lados de cada parte da planta e encontraram 94,20m para o rodaforro, pois todo o contorno receberia gesso. Já em relação ao rodapé o Émerson disse:

- Para o rodapé temos que descontar as portas, porque na porta não vai rodapé.

Solicitei então, que eles decidissem qual o número de portas da casa e a medida de cada uma delas. Em relação ao número de portas, concluíram que deveria ter no mínimo sete, pois cada espaço deveria ter uma porta e ainda deveria ter uma porta que desse para o exterior da casa. Quanto à largura, mediram a porta da sala, cuja medida é 1,10m, e decidiram optar por portas de um metro de largura, pois seria mais fácil de calcular. Logo, teriam que descontar 7m dos 94,20m encontrados, o que seria igual a 87,20m de rodapé.

Em muitas situações, os alunos demonstraram não gostar de utilizar números não inteiros. Evitavam utilizá-los quando possível.

c) Suponhamos que se queira trocar o rodapé das 5 salas do 2º piso da Escola, mas será colocado rodapé de cerâmica e não de madeira. Cada barra de cerâmica mede 40 cm, quantas barras de cerâmica serão necessárias?

Alguns alunos saíram para medir as salas de aula e encontraram as seguintes medidas:

2 salas de 8,70m por 5,80m

3 salas de 7m por 5,80m

Somaram os lados de cada sala obtendo os seguintes valores;

2 salas = 58m

3 salas = 76,80m

58m + 76,80m = 134,80m

Mas, será necessário descontar 5,50m das 5 portas, pois cada uma tem 1,10m de largura. Ficando assim 129,30m para se colocar rodapé.

	SALA 5ª	**SALA 4ª A**	**SALA 4ª B**	**SALA 3ª A**	**SALA 3ª B**
MEDIDAS DOS LADOS	8,70m por 5,80m	8,70m por 5,80m	7,00m por 5,80m	7,00m por 5,80m	7,00m por 5,80m
PERÍMETRO	29m	29m	25,6m	25,6m	25,6m
TOTAL	134,8m				
DESCONTANDO AS PORTAS	134,8m - (5 x 1,10m) = 134,8m - 5,50m = 129,3m				

Quadro 4.24 – Cálculo do perímetro das salas, medições realizadas pelos alunos

Perguntei a eles como deveriam proceder para saber a quantidade exata de barras de rodapé. O Gabriel B respondeu que deveríamos dividir o valor encontrado por 40. Questionei-os sobre a divisão, pois a quantidade de rodapé (129,30m) estava sendo dada em metros, enquanto a medida da barra era dada em centímetros. Não estranharam e disseram que poderíamos de qualquer forma dividir por 40. Expliquei a eles que se quisessem dividir teriam que falar numa mesma unidade, pois o cálculo estaria incorreto se não fizessem a conversão. Falei também que não interessava em qual das unidades eu converteria, desde que eu tivesse a mesma para os dois valores. Decidiram converter os metros para centímetros, pois estariam “escapando” da vírgula. Converteram 129,30m para 12.930cm e dividiram por 40cm.

12930 : 40 = 323 com resto 10

Questionei-os sobre este resto, então disseram que se comprássemos 323 barras, 10cm da parede ficariam sem rodapé. Logo, deveríamos comprar 324 barras, mesmo que sobrassem 30cm.

Nessa atividade sugeri que fossem somando as barras de 40cm em 40cm, mas não quiseram, pois a divisão seria um cálculo mais simples. Ninguém estava preocupado com as unidades, simplesmente quiseram dividir.

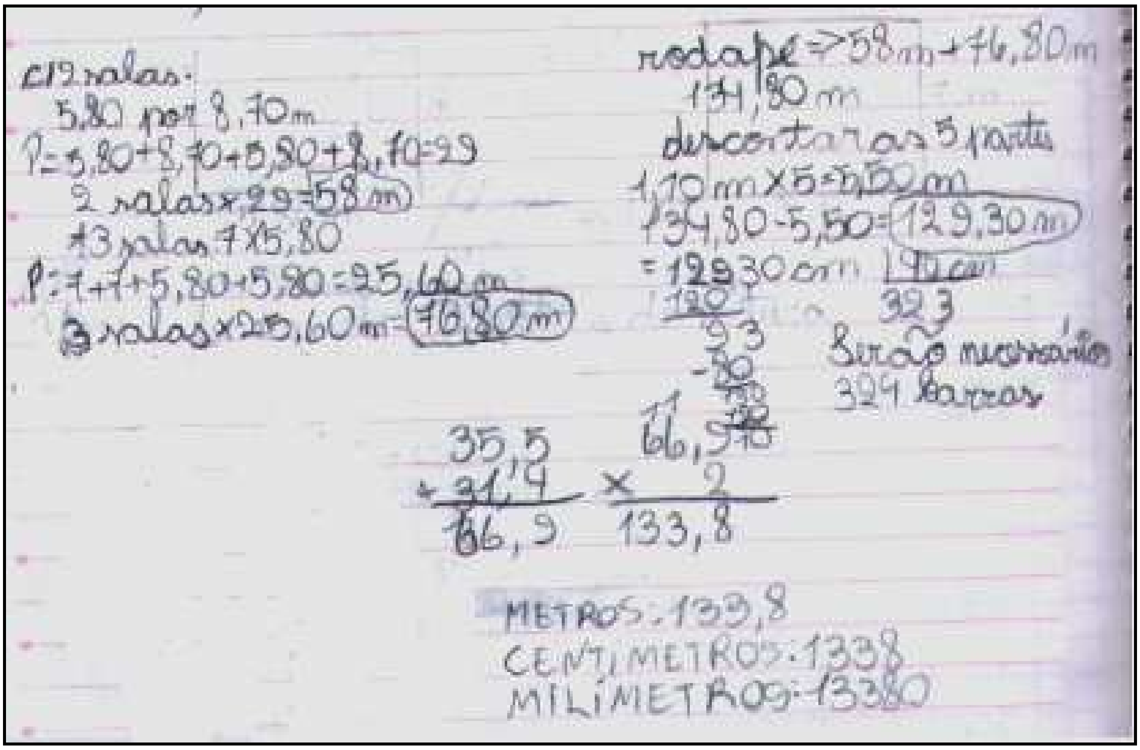


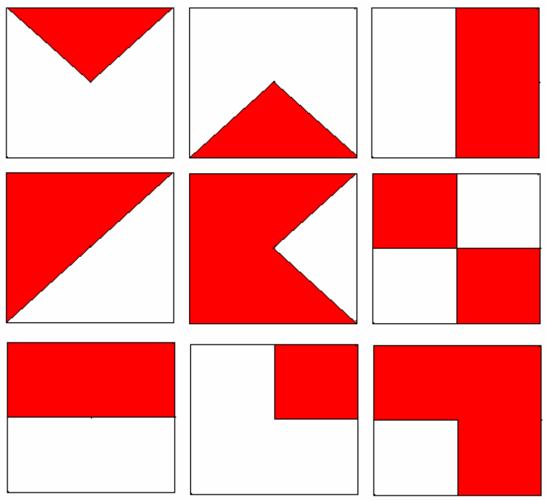
Figura 4.21 – Desenvolvimento do cálculo até encontrar 324 barras, cópia do caderno de uma aluna

Demonstraram entender que não haveria necessidade de se tirar barra por barra do valor total ou somar barra por barra até chegar ao valor total. Mostraram que isso poderia ocorrer diretamente fazendo uma divisão entre a medida total e a medida da barra, a fim de obter a quantidade esperada. Percebeu-se a compreensão de uma situação que envolve a divisão. Para que descontar tantas vezes quantas possíveis for o 40 do valor total, ou somar 40 uma certa quantidade de vezes até encontrar o valor total ou um valor próximo, se a divisão está clara?

4.3.4 Área

4.3.4.1 Atividade de comparação de áreas

** Quais das figuras abaixo possuem região colorida do mesmo tamanho? Justifique.*



Atividade adaptada: UMA DISCUSSÃO SOBRE O ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO NO ENSINO FUNDAMENTAL - LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA (LEMAT-DMAT-UFPE)

Quadro 4.25 – Atividade proposta de análise e comparação – área – tamanho

Cada aluno recebeu uma folha contendo os nove quadrados com as devidas regiões coloridas, baseada em Rocha (2007). Formamos duplas e um trio para que discutissem com o colega a situação. Primeiro, identificamos cada quadrado com uma letra de A até I, na ordem para a direita e para baixo:

A	B	C
D	E	F
G	H	I

Quadro 4.26 – Identificação de cada quadrado

Em seguida, entreguei uma folha com as mesmas figuras e solicitei que anotassem qualquer resultado sem comentar com os demais colegas. Assim, cada dupla começou a discutir entre si quais as figuras que poderiam ter região colorida de mesmo tamanho. Perguntaram se poderiam recortar as figuras e concordei. Passando em todas as duplas, percebi que todas elas comparavam os triângulos entre si, retângulos entre si e quadrados entre si. A Cassiana, muito motivada, descobriu que poderíamos formar outras figuras a partir dos triângulos e quadrados, afirmando:

- Se dividirmos um quadrado ao meio, encontramos dois triângulos.

Enquanto isso, o Charles e a Graziele juntavam a parte colorida de um quadrado com a de outro tentando preencher todo o quadrado. Dessa forma, cada dupla ia descobrindo outras formas de observar cada quadrado e suas regiões coloridas.

Cada dupla e o trio registrou o seguinte:

Émerson e Daniel

“A letra I possui o mesmo tamanho da letra B e H – As letras C, F, G, D têm os mesmos tamanhos – Juntando a letra C mais a letra H vai ter o mesmo tamanho da letra E – A letra G mais a letra H juntando vai dar o mesmo tamanho da letra I – A letra A e B juntando terá o mesmo tamanho da letra D – A e C juntando tem o mesmo tamanho da letra I.”

Figura 4.22 – Recorte e comparação

Eduardo, Darlei e Gabriel V

“ A letra A com a letra B coube bem – A letra B com a letra A coube bem – A letra C com a letra G coube bem – A letra D com as letras A e B juntas coube bem – A letra E com as letras A ou B coube bem – A letra F com dois da H coube bem – A letra G com a letra F com os dois juntos coube bem – A letra H com a letra I coube bem – A letra I com a metade da letra G.”

A palavra ‘coube bem’ utilizada pelo trio tem ora tem o significado de mesmo tamanho, ou seja, “a letra A e a letra B possuem parte colorida de mesmo tamanho”, ora tem o significado: “completam o quadrado”.

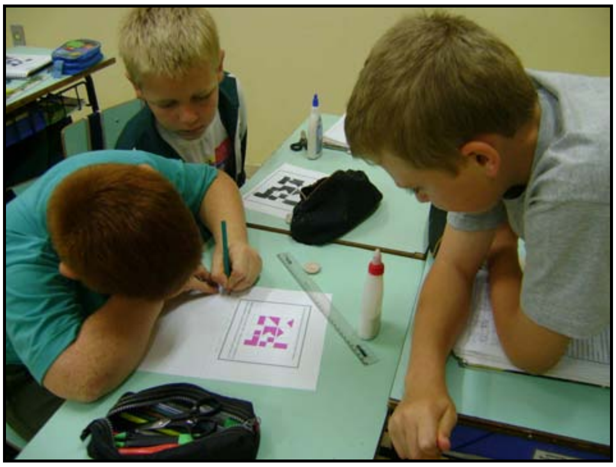


Figura 4.23 – Comparação e análise

Gabriela e Fernanda

“A parte da figura A é igual a parte da B – Se juntarmos a letra G e H formará a letra I – Se juntarmos os dois quadrados da F formaremos a figura C – A G e a C – A letra A é a metade da D – E a E se juntar os triângulos forma a I.”

Gabriel S e Cleiton

“A figura C e H tem o mesmo tamanho que a figura I – Três figuras coloridas da letra B dá o mesmo tamanho que a figura E – A figura C e G – A figura A tem o mesmo tamanho que a letra B.”

Graziele e Charles

“A letra A cabe dois retângulos e a letra B é igual da letra A, e a letra E é três vezes do que a letra A – B é igual a letra A e a letra H – C é igual a letra F e também da letra G – D dividimos em retângulos – A letra D é a metade de um quadrado – E dá para dividir em triângulos, dá três quadrados = I. “ Houve uma certa confusão ao utilizar retângulos para explicar que a parte colorida de A possui mesmo tamanho que a parte colorida de B.

Bruna e Cassiana

“A letra A e a letra B possui um triângulo cada, então dividimos a letra D, dividimos em duas partes e formamos dois triângulos iguais aos triângulos da letra A e B, E a letra E formou três triângulos iguais aos das letras A, B e D. – Formamos também quadrados na letra C, F, G, H e I. Na letra C, F e G encontramos dois quadrados em cada quadrinho, já na letra H encontramos um quadrado e na letra I encontramos três quadrados. Letras A, B, D e E tem a mesma região colorida – letras C, F e G tem a mesma região colorida – letras C e G tem a mesma região colorida porque são retângulos. – Obs. Se dividirmos em triângulos todas as partes juntando-os, formamos um quadrado.”

Hélio e Gabriel B

“As figuras coloridas que tem o mesmo tamanho são: A e B, C e G, F e G, F e C, A e H, B e H, D e F, E e I, porque se a gente dividir ou transformar em outras partes irá dar o mesmo tamanho.”

Percebi que num certo momento, alguns grupos ignoraram a palavra tamanho e agruparam as que possuíam a mesma região colorida de acordo com a forma. Mas, nas conclusões feitas a partir das apresentações orais, ficou claro que triângulos podem formar quadrados e que a metade de um quadrado pode ser um triângulo ou um retângulo. Conversamos sobre cada figura (parte colorida) e analisamos as mesmas. Concluímos juntos que os quadrados que possuem a região colorida de mesmo tamanho são:

- A, B e H possuem mesma área;
- C, F, G e D possuem a mesma área;
- E e I possuem a mesma área.

GRUPO	SOLUÇÕES
Eduardo, Darlei, Gabriel V	A e B possuem mesmo tamanho; C e G possuem mesmo tamanho; A e B juntas possuem o mesmo tamanho que D; juntando E com A forma-se um inteiro e juntando E com B também forma um inteiro; juntando as partes coloridas de F com duas partes coloridas de H forma-se um inteiro; juntando G e F forma-se um inteiro; juntando H e I forma-se um inteiro; juntando a metade de G com I forma-se um inteiro.
Émerson, Daniel	"A letra I possui o mesmo tamanho da letra B e H – As letras C, F, G, D têm os mesmos tamanhos – Juntando a letra C mais a letra H vai ter o mesmo tamanho da letra E – A letra G mais a letra H juntando vai dar o mesmo tamanho da letra I – A letra A e B juntando terá o mesmo tamanho da letra D – A e C juntando tem o mesmo tamanho da letra I."
Gabriela, Fernanda	"A parte da figura A é igual a parte da B – Se juntarmos a letra G e H formará a letra I – Se juntarmos os dois quadrados da F formaremos a figura C – A G e a C – A letra A é a metade da D – E a E se juntar os triângulos forma a I."
Gabriel S, Cleiton	"A figura C e H tem o mesmo tamanho que a figura I – Três figuras coloridas da letra B dá o mesmo tamanho que a figura E – A figura C e G – A figura A tem o mesmo tamanho que a letra B."
Graziele, Charles	"A letra A cabe dois retângulos e a letra B é igual da letra A, e a letra E é três vezes do que a letra A – B é igual a letra A e a letra H – C é igual a letra F e também da letra G – D dividimos em retângulos – A letra D é a metade de um quadrado – E dá para dividir em triângulos, dá três quadrados = I. " Houve uma certa confusão ao utilizar retângulos para explicar que a parte colorida de A possui mesmo tamanho que a parte colorida de B.
Bruna, Cassiana	"A letra A e a letra B possui um triângulo cada, então dividimos a letra D, dividimos em duas partes e formamos dois triângulos iguais aos triângulos da letra A e B, E a letra E formou três triângulos iguais aos das letras A, B e D. – Formamos também quadrados na letra C, F, G, H e I. Na letra C, F e G encontramos dois quadrados em cada quadrinho, já na letra H encontramos um quadrado e na letra I encontramos três quadrados. Letras A, B, D e E tem a mesma região colorida – letras C, F e G tem a mesma região colorida – letras C e G tem a mesma região colorida porque são retângulos. – OBS. Se dividirmos em triângulos todas as partes juntando-os, formamos um quadrado."
Hélio, Gabriel B	"As figuras coloridas que tem o mesmo tamanho são: A e B, C e G, F e G, F e C, A e H, B e H, D e F, E e I, porque se a gente dividir ou transformar em outras partes irá dar o mesmo tamanho."

Quadro 4.27 – Análise feita pelos alunos

Durante essa análise perguntei:

- O triângulo colorido da figura D é o que em relação ao quadrado?

Responderam ser a metade. O mesmo fiz com as figuras C e G e responderam corretamente. Perguntei sobre o quadradinho pequeno da figura H e o seu tamanho em relação ao quadrado grande. Disseram que seria a quarta parte. E a Gabriela fez o seguinte comentário:

- E se dividirmos esse quadradinho em triângulos vamos ter oito triângulos.

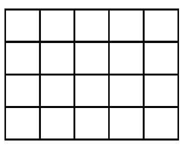
Foi possível falar sobre as figuras de modo a considerar o triângulo como a figura capaz de formar retângulos e/ou quadrados. Os alunos utilizaram seus conceitos de triângulo, retângulo e quadrado para resolver a atividade, e, ao mesmo tempo, iniciaram a construção da ideia de área dessas figuras e a relação entre as mesmas.

No início, alguns alunos sentiram necessidade de recortar para compor, decompor ou comparar as figuras. Com a evolução da atividade, foram desfazendo-se dessa necessidade de recortar com a tesoura, pois conseguiam fazer a relação através da observação e da utilização de conhecimentos já adquiridos anteriormente, como: metade e um quarto. Logo, percebeu-se que durante a atividade, foram internalizando a relação parte/todo e parte/parte apoiados nas operações concretas anteriormente realizadas.

4.3.4.2 Atividade para verificar que figuras com a mesma área podem ter perímetros diferentes

A atividade foi realizada individualmente para que cada aluno utilizasse sua criatividade e percebesse por conta própria que figuras com a mesma área podem ter perímetros diferentes.

A partir do retângulo abaixo, recorte outras figuras em papel quadriculado que possuam a mesma quantidade de quadradinhos:



Quadro 4.28 – Atividade proposta sobre área e perímetro

Continuando, realizamos a atividade acima e assim que leram o que dizia a atividade, perguntavam:

- Temos que contar os quadradinhos por fora ou todos eles?

- Precisa ser retângulo?

- Precisa ter 20 quadrinhos e podem ser outras figuras?

Assim, vários outros ficaram na dúvida se não teria que ser retângulo. Já a Cassiana, logo começou a recortar as figuras e explicava em voz alta:

- Tanto faz que figura é, desde que tenha 20 quadradinhos.

Uns observando os outros, conseguiram construir as mais variadas figuras, até construíram um boneco. No entanto, apareceu a dúvida em relação ao perímetro: pode mudar? Qual sua relação com a área? E com os quadradinhos?

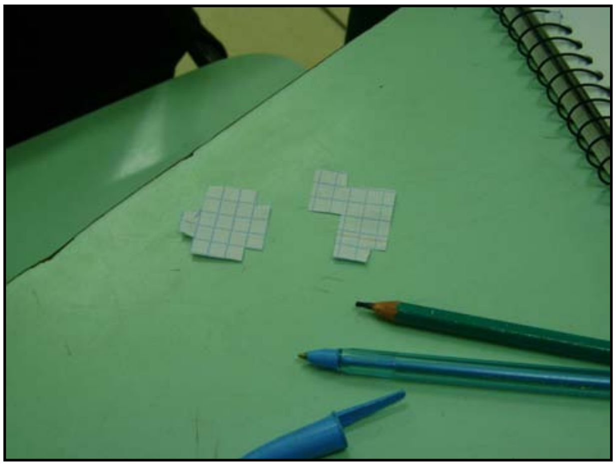


Figura 4.24 – Figuras recortadas pelos alunos

Durante a apresentação, cada um dos alunos mostrou as figuras criadas, cada uma com 20 quadradinhos. Em função da diversidade de formatos e desenhos, perguntei a eles:

- Recortando cada quadradinho separadamente, seria possível reconstruir o retângulo novamente?

Responderam que bastaria colocá-los lado a lado como no retângulo.

Eles têm presente a ideia de reversibilidade, pois conseguem imaginar a "volta". Montam novamente o retângulo desfeito. Percebe-se a presença da conservação da área, envolvido na construção do conceito de área.

Solicitei que calculassem o perímetro de cada uma de suas figuras criadas. Enquanto contavam, ouvi a Gabriela dizer para si mesma:

- Tem coisa errada, deu 22.

Tendo percebido sua preocupação em relação aos diferentes valores, perguntei à turma, mostrando duas figuras diferentes:

- Posso obter valor de perímetro diferente se utilizei o mesmo número de quadradinhos?

Até aí prevalecia a ideia de que como a quantidade de quadradinhos não mudava, o perímetro também não poderia mudar. Isso, na verdade era um teorema-em-ação que estava presente até esse momento entre os alunos.

No mesmo instante Émerson veio até o quadro e explicou:

- Pode sim, porque tem quadradinho que eu conto dois lados ou três.

Dessa forma, fomos verificando o perímetro das figuras criadas por eles e percebendo que o perímetro pode ser diferente para áreas iguais; mesmo não tendo falado em área, falamos da quantidade de quadradinhos.

4.3.4.3 Atividade de diferenciação entre área e perímetro

O objetivo da atividade a seguir era diferenciar perímetro de área, pensando no contorno da horta e no espaço total ocupado pela tela.

Atividade para diferenciar área de perímetro. Com essa questão que será realizada em duplas queremos que os alunos consigam diferenciar área de perímetro.

> *Muitos animais como gatos, aves e cachorros invadem a horta da Escola, portanto pensou-se que a melhor solução para evitar essas visitas seria cobrir toda horta com uma tela. Isso será possível? Qual a quantidade de tela necessária?*

Quadro 4.29 – Atividade proposta para diferenciar área de perímetro [29]

Enquanto resolviam a atividade, percebi certa dificuldade em abstrair perímetro e área. A grande maioria tentou dar uma solução utilizando o valor do

[29] A Horta é um retângulo com as seguintes medidas dos lados: 21m x 29m.

perímetro, para a área. Durante o trabalho individual, eu ouvia os seguintes comentários:

Gabriel B: “100m, pois o perímetro é 100”.

Cassiana: “Nós não vamos cobrir só o contorno, é toda horta. Vou ter que contar os quadradinhos.”

A Cassiana diferenciou o espaço ocupado de contorno, mas ainda sem apresentar uma estratégia de cálculo.

Hélio: “Fiz 21 x 29”

Gabriel S: “Não vai dar certo se eu contar só o perímetro, porque se a minha classe fosse a horta e colocasse tela no contorno eu teria tela só aqui” – mostrando o contorno da classe.

Esse aluno percebeu a diferença entre área e perímetro, observando que não se teria tela suficiente para cobrir toda a horta.

Cassiana: “É 21 x 29”

Eduardo: “Fiz 21 x 29”

Depois de certo tempo, solicitei que cada um apresentasse sua solução sem modificá-la ao ouvir a solução do colega.

Eduardo: “Fiz 21 x 29 que deu 609m² - sei que é metros quadrados porque li na caixinha do pluviômetro. Quando mostra 1 é um litro de água por metro quadrado.”

Gabriel S: “Fiz 100 x 2 = 200, pois 100m é por cima e 100m do perímetro.”

O Gabriel S apresentou o que ele tinha escrito, no entanto, já havia feito um comentário sobre a diferença entre área e perímetro.

Darlei: “100 metros”

Charles: “Fiz 300m porque 100 x 3 = 300, posso calcular o perímetro de 3 formas diferentes.”

Essa colocação não condiz com o que se trabalhou.

Charles falou em 3 formas diferentes referindo-se ao 100x3.

Cleiton: “100m ao redor e 100m em cima.”

Graziele: “100m ao redor, então por cima é o mesmo.”

Bruna: “100m”

Gabriela: “Perímetro 21 e 29, conta embaixo.”

Gabriel V: “Tinha 100m, mas troquei por 21 x 29.”

Émerson: “Calculei 21 x 29, mas tenho que fazer vezes 4, pois o quadradinho tem 4 lados.”

Ele utilizou o vezes 4, pensando no número de lados de cada quadradinho no interior do retângulo. Não conseguiu diferenciar a área do perímetro na divisão em quadradinhos feita por eles.

O aluno Émerson soube explicar o motivo de se ter diferentes perímetros para uma mesma área, no entanto, considerou como uma medida importante o perímetro de cada quadradinho que compunha o retângulo formado pela horta. Aconteceu uma valorização do contorno de cada quadradinho. Para esse aluno, a área de cada quadradinho está relacionada ao seu contorno.

Hélio: “21 x 29 = 609m²”

Gabriel B: “Fiz 21 x 29 é que perímetro é o contorno, não saberia no meio. Comecei contando, mas me perdi.”

O Gabriel B, como relatou, contou quadradinho por quadradinho, mas errou na contagem. Não pensou na soma repetida de parcelas iguais, nem na multiplicação de um lado pelo outro.

Fernanda: “200m, 100 de contorno mais 100 por cima.”

Alguns alunos multiplicaram o valor do perímetro por dois, considerando o valor da área igual ao valor do perímetro multiplicado por dois. Demonstraram dar muita importância ao valor do perímetro.

Cassiana: “Fiz 29 x 21 que deu 609. São todos os quadradinhos.”

A Cassiana multiplicou um lado pelo outro para encontrar a área. Ela já nem utilizou a soma repetida de parcelas iguais, fazendo diretamente a multiplicação.

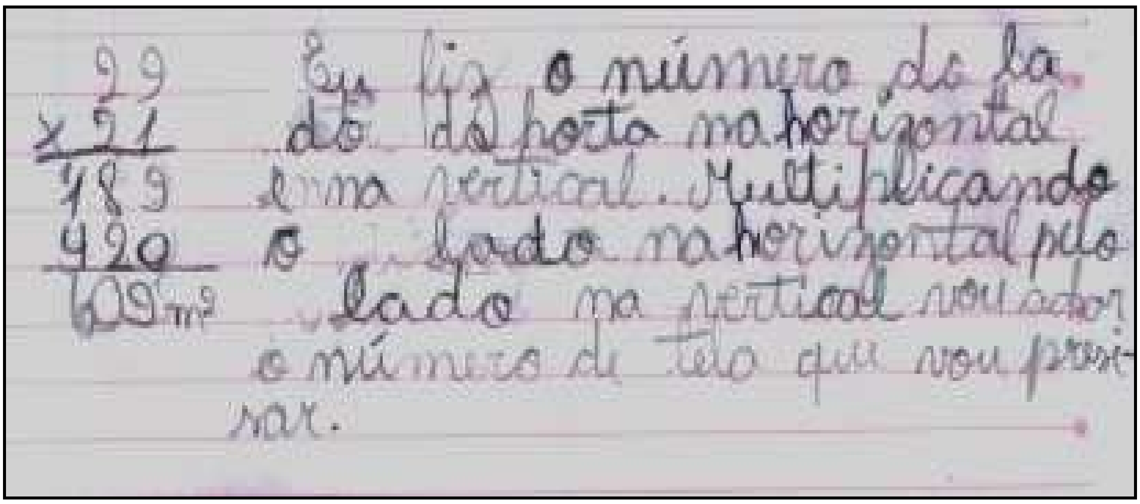


Figura 4.25 – Explicação e cálculo da área, solução apresentada por uma aluna

Houve uma grande resistência quanto ao cálculo da área sem utilizar o perímetro, pois enquanto alguns faziam o cálculo diretamente, outros insistiam na utilização do perímetro.

Questionei-os sobre todas as respostas dadas e expliquei que naquele momento o perímetro não era importante, pois o objetivo era saber a quantidade de tela para cobrir a horta. Fiz um desenho da horta dividida em quadradinhos no quadro e fui questionando-os para diferenciar perímetro de área – a horta é só o contorno? Cerca ao redor e por cima é a mesma coisa?

Os alunos iam dando sua contribuição como por exemplo: “a horta é onde planto as coisas, lá dentro.” Então expliquei a eles que o espaço ocupado pela horta seria diferente de seu perímetro, pois estaríamos falando de todo o espaço ocupado pela horta. Parti disso para falar em área, dizendo que a quantidade de tela necessária para cobrir a horta seria igual à área da horta. Entre algumas questões e outras, definiram em conjunto:

Área: é o que fica por dentro do perímetro, é o espaço por dentro. É o espaço ocupado.

Com várias atividades realizadas, ainda não ficou clara a diferença entre área e perímetro. Os alunos trazem uma ideia muito fixa de que o contorno influencia no espaço interno. Verifica-se a preocupação dos alunos, pois sabem que as medidas dos lados interferem na área.

De acordo com as respostas apresentadas, verificou-se a relação feita entre área e perímetro. De fato, muitos não conseguem diferenciar área de perímetro e consideram o valor do perímetro fundamental para se obter a área. Dúvida gerada talvez pelo fato de se ter utilizado a malha quadriculada.

Os alunos que conseguiram escrever a área como uma multiplicação, utilizaram as medidas dos lados, mas desconsideraram o valor do perímetro. Concluíram que seria 21 x 29.

4.3.4.4 Atividade de construção do metro quadrado e verificação da área da sala de aula

Verificação da área da sala de aula – a turma será dividida em três grupos de livre escolha, onde cada grupo deverá construir o instrumento de medida, que será o metro quadrado de jornal.   *1 – Construir um metro quadrado com jornal;*   *2 – Com o auxílio desse instrumento criado, medir a área da sala de aula;*   *3 – Fazer desenho (planta baixa) da sala de aula numa folha quadriculada, onde cada metro quadrado corresponda a um quadradinho do papel quadriculado.*

Quadro 4.30 – Atividade proposta de construção do metro quadrado

Livremente os alunos puderam se organizar para formar os três grupos propostos para essa atividade. Entreguei para cada grupo o enunciado da atividade, jornais, uma régua de 1 metro, uma trena de um metro e fita adesiva. Expliquei que deveriam construir um quadrado, cuja medida dos lados deveria ser de um metro. Os alunos logo entenderam como deveriam proceder e foram trabalhando para construir o metro quadrado. Observando grupo por grupo, percebi sua preocupação em ter exatamente um metro em cada lado do quadrado. Além disso, num dos grupos um colega cobrava de outro para que tivesse o cuidado de iniciar exatamente no zero e parar exatamente no 100, pois para alguns alunos não estava tão evidente que na marca do um, já estamos medindo um centímetro. Mas a maioria, com as atividades realizadas em aulas anteriores, construiu esse conceito de que é a unidade que vai se repetindo uma certa quantidade de vezes. Logo, na marca de um centímetro, já temos uma vez a unidade centímetro.

Figura 4.26 – Construindo o metro quadrado

Construídos os metros quadrados de jornal, falamos do perímetro, que seria 4m, e perguntei a eles se esse era também o valor da área. Responderam que não, pois a área não era o mesmo que perímetro, mas sim, o espaço interno do metro quadrado construído. Em função da medida do lado do quadrado, combinamos que aquele quadrado construído teria $1m^2$ de área.

Perguntei a eles:

- Se cortássemos esse metro quadrado ao meio e colocássemos um pedaço ao lado do outro, mas numa posição diferente, continuaríamos com $1m^2$?

Os alunos ficaram na dúvida. Novamente, modificando-se a forma da figura, a incerteza toma conta.

- O que muda: área, perímetro, ou nada?

Alguns disseram sim, outros não. Então perguntei a eles:

- A quantidade de jornal muda?

Neste momento todos responderam que não. Para reforçar, voltei à atividade dos 20 quadradinhos dispostos de forma diferente, falei da área que não mudava. Então o Hélio disse:

- Continua um metro quadrado, o que muda é o perímetro.

Mas, nem para todos isso era tão óbvio. Estaria se cortando o inteiro ao meio e novamente juntando as partes. O fato de cortar o inteiro está diretamente ligado com menor, mesmo que mude somente a posição dos pedaços de jornal. Dessa forma, cortamos o metro quadrado e cada um pôde verificar que continuávamos com um metro quadrado.

Continuando, solicitei que partissem para a atividade 2 – medir a área da sala de aula. Alguns me perguntaram se teriam que medir toda a sala ou se bastaria medir dois lados que se encontram. Respondi que eles deveriam decidir no grupo e fazer o que consideravam ser o mais correto. Os grupos começaram a medir bem ao lado das paredes. O Eduardo veio perguntar:

- E se não der exato?

Perguntei a ele:

- O que tu pensas em fazer?

Ele respondeu:

- Vou medir aquele pedaço.

Sugeri que ele levasse a ideia ao grupo para que eles juntos encontrassem a melhor forma de resolver o problema. Enquanto isso, os grupos iam medindo a sala, quando chegavam ao final percebiam que o metro quadrado não cabia inteiro, então mediam a parte que sobrava e descontavam do comprimento.

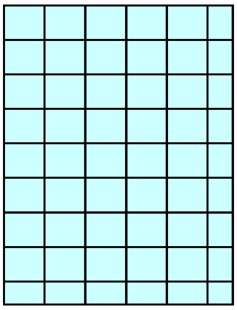
Figura 4.27 – Verificando que parte do metro quadrado estaria sobrando

O grupo do Gabriel mediu dois lados, um perpendicular e adjacente ao outro, e tentaram calcular qual seria a área da sala. Arredondaram o lado de 8,70m para 9m e o lado de 5,80m para 6m. Fizeram a multiplicação 9 x 6 = 54 e estavam discutindo entre si como deveriam proceder para encontrar o valor exato. Depois, multiplicaram 0,70 por 0,80, mas pararam aí mesmo, pois a Cassiana sugeriu que medissem toda a sala para ter certeza. Sua ideia era colocar os metros quadrados construídos no chão e contar a quantidade necessária para forrar toda a sala.

Alguns tentaram arredondar os valores para trabalhar com números inteiros, outros confundiram-se por tratar-se de números não inteiros. Alguns alunos mostraram ter muito presente a idéia da retangularização para poder calcular a área.

Percebendo essa preocupação dos três grupos em relação aos “pedaços”, sugeri que tentassem fazer o desenho da planta baixa da sala, em papel quadriculado, conforme item 3 da atividade. Enquanto faziam o desenho, a Bruna e a Gabriela vieram até o quadro mostrar como deveriam proceder no final, quando não cabia um metro quadrado inteiro. Como os lados da sala medem 5,80m e 8,70m, fizeram o desenho, conforme quadro 4.31.

A partir do desenho comentaram que cada quadradinho inteiro seria 1m². Então perguntei se teríamos como calcular a área da sala a partir desses valores. O Eduardo disse: “Sim, dá para fazer 5 x 8 = 40m² porque o oito se repete cinco vezes, contando dá 40.”



Cabem 5m² inteiros na horizontal e 8m² inteiros na vertical. E, um pouco mais que meio metro quadrado na horizontal e vertical.

Quadro 4.31 – Representação idêntica àquela feita pelos alunos

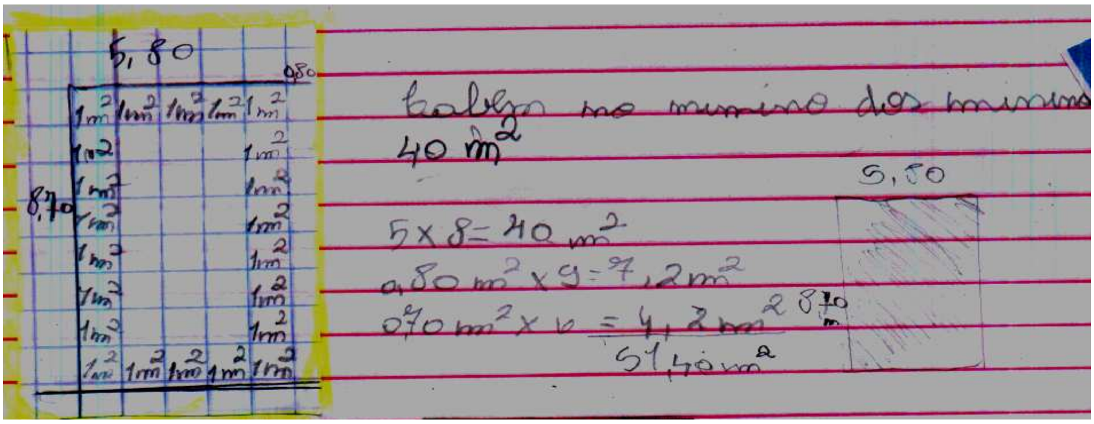


Figura 4.28 – Cálculo da área da sala de aula, solução dos alunos

Com a explicação dada, verificou-se a clareza em relação à multiplicação como soma repetida de parcelas iguais. Essa ideia vem juntamente com a ideia da disposição retangular da multiplicação.

Questionei-os se isso já seria a área total da sala, mas eles estavam convictos de que não, pois faltava toda a parte nas laterais que não deu quadradinhos inteiros. Solicitei que pensassem em alguma forma de calcular a área total, sendo que novamente o Eduardo sugeriu:

- Vamos fazer 9 x 0,80 e 6 x 0,70 e somar esse resultados com 40.

Fizeram os cálculos e obtiveram:

5 x 8 = 40

9 x 0,80 = 7,2 → somando tudo: 40 + 7,2 + 4,2 = 51,40m²

6 x 0,7 = 4,2

Mas, querendo que pensassem um pouco mais, desenhei um retângulo no quadro com lados medindo 5,80 por 8,70 e perguntei:

- Se não tivermos os quadradinhos inteiros no retângulo, como poderemos calcular a área?

Ficaram na dúvida, então perguntei:

- Como foi feito o cálculo da área da horta?

O Hélio logo respondeu:

- Fizemos 21 x 29 porque um lado mede 21m e o outro mede 29m.

- E por que 21 x 29? – perguntei

- Porque o 29 se repete 21 vezes – disse Hélio.

O Eduardo, pensando na área da sala, disse:

- Temos que fazer 5,80 x 8,70.

Ninguém sugeriu que se fizesse a transformação em centímetros, apesar da dúvida surgida a partir dos números decimais.

A partir dessa resposta, solicitei que fizessem o cálculo sugerido e perguntei por que faríamos 5,80 x 8,70, e qual sua relação com o cálculo da área da horta. Perguntei quantas vezes cada uma das medidas dos lados se repetia. Um dizia uma coisa, outro dizia outra, até que Eduardo disse:

- O 5,80 se repete quase 9 vezes e o 8,70 se repete quase 6 vezes.

O aluno Eduardo, em seus comentários, mostrou sua abstração referente ao assunto e apresentou respostas muito inteligentes, além de alternativas para encontrar o resultado esperado ou pelo menos próximo. Demonstrou ter clareza acerca da multiplicação a ser realizada para calcular a área de um retângulo, além de saber o significado.

Calcularam 5,80 x 8,70 e encontraram 50,46m². Solicitei que comparassem com o valor encontrado anteriormente e perceberam que o último cálculo deu área menor que o anterior. Perguntei o motivo e a Graziele disse:

- Contamos alguma coisa a mais.

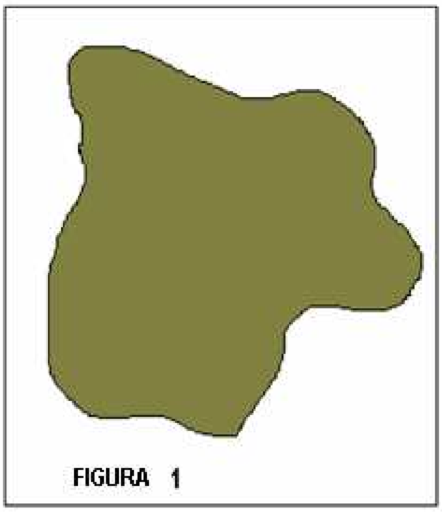
Comentei com eles que observassem o desenho no papel quadriculado, pois no último quadrinho o tamanho era diferente dos demais, que já não eram de 1m².

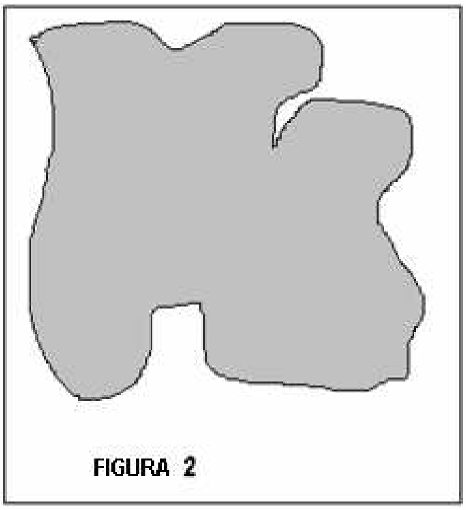
Concluímos a aula, dando como área de nossa sala de aula 50,46m².

4.3.4.5 Atividade para aproximar a área de figuras irregulares

Com essa atividade pretende-se desenvolver a ideia de que pode-se estimar a área de figuras irregulares, embora nem sempre seja possível o cálculo.

Cada aluno receberá uma figura, a qual deve ser sobreposta por uma malha quadriculada, onde cada quadradinho terá "um centímetro quadrado", ou seja, uma área correspondente a um quadradinho que tem 1 cm de lado.





Quadro 4.32 – Atividade proposta para encontrar a área aproximada

Continuando o trabalho, formei duplas e entreguei a cada um deles duas figuras. Falamos das figuras e comparamos elas com mapas, perguntei o que seria um mapa, então o Daniel disse:

- Mapa é uma planta baixa de algum lugar.

Comentei com eles que as figuras com as quais eles iriam trabalhar seriam simples figuras criadas no computador, mas que poderiam ser utilizadas para trabalharmos como se fossem mapas. Falei sobre a irregularidade dos mapas, que nem sempre teríamos um quadrado ou retângulo para calcular a área, por isso, o desafio seria descobrir a área aproximada das duas figuras.

Para descobrirem a área das figuras deram as seguintes sugestões:

- Fazer quadradinhos.

- Fazer um retângulo ao redor.

Muitas sugestões apareceram, mas a partir das duas anteriores. Assim, entreguei a cada dupla uma malha quadriculada feita em lâmina de retroprojetor, cujos quadradinhos possuíam 1cm de lado. Questionei-os sobre a área de cada quadradinho e de forma convicta responderam que a área de cada quadradinho seria $1cm^2$.

Iniciaram a atividade e observei as diferentes formas de calcular a área.

Percebeu-se, novamente, que calcular a área se torna simples quando decompomos a figura em quadradinhos para depois somente contá-los. Mostraram também que falando em área podemos tratar de retângulos ou quadrados pois, assim, consegue-se contar o espaço ocupado, contando a quantidade de quadradinhos.

Alguns colocaram a malha sobre as figuras, mas ela se deslocava facilmente, então se perdiam na contagem. O Émerson deu a ideia de riscar sobre a malha com canetinha e foi o que todos os grupos acabaram fazendo, pois evitava que contassem algum quadradinho mais de uma vez ou que deixassem de contá-lo. Em geral, a contagem começou pelos quadradinhos inteiros e depois juntavam as partes.

Os resultados obtidos foram os seguintes:

GRUPO	FIGURA 1	FIGURA 2
Gabriel V, Eduardo	$48cm^2$	$55cm^2$
Gabriel S, Émerson	$48cm^2$	$50cm^2$
Graziele, Charles	$52cm^2$	$61cm^2$
Hélio, Cleiton	$58cm^2$	$60cm^2$
Fernanda, Daniel	$60cm^2$	$63cm^2$
Gabriela, Bruna, Darlei	$71cm^2$	$85cm^2$
Gabriel B, Cassiana	$56cm^2$	Não calcularam

Quadro 4.33 – Valor da área aproximada de cada figura, obtido pelos alunos

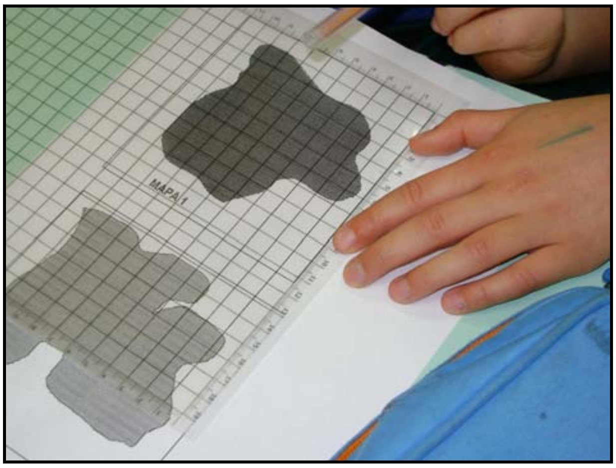


Figura 4.29 – Estimando a área com auxílio da malha quadriculada

Gabriel V e Eduardo

Figura 1: 48cm² e Figura 2: 55cm² - contaram primeiro os quadradinhos inteiros e depois foram juntando as partes. “Olhávamos os pedacinhos que dava para juntar e formar um só.”

Idéia de juntar para formar um.

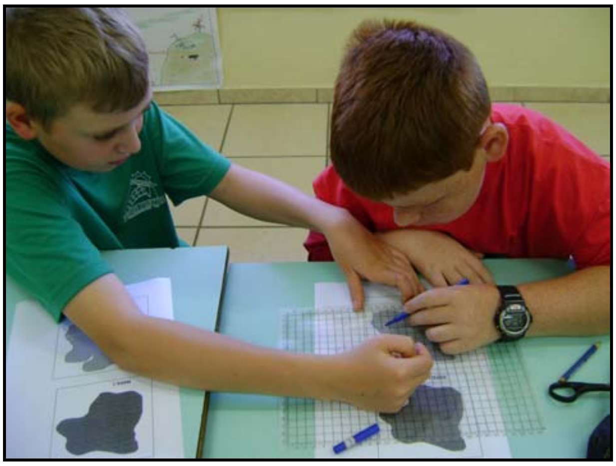


Figura 4.30 – Contando os quadradinhos

Gabriel S e Émerson

Figura 1: 48cm² e Figura 2: 50cm² - contaram os inteiros e depois juntaram as partes.

Graziele e Charles

Figura 1: 52cm² e Figura 2: 61cm² - no início contaram todos os quadradinhos como se fossem inteiros, depois, observando a diferença em relação aos valores encontrados pelos colegas, contaram de forma diferente. Deixaram as partes para o final e juntaram as mesmas formando um inteiro.

Hélio e Cleiton

Figura 1: 58cm² e Figura 2: 60cm² - contaram todos os quadradinhos inteiros, depois contaram todos aqueles que representavam somente uma parte, aí dividiram o número de quadradinhos não inteiros por dois. “Dividimos por dois porque eles não são inteiros, então consideramos só a metade deles.” Exemplo: a figura 2 tem 45 quadradinhos inteiros e 30 partes, fazendo 30 : 2 = 15, 15 + 45 = 60 quadradinhos = 60cm².

Consideraram todas as partes como a metade de um inteiro. Não deram importância ao tamanho das partes, mesmo que essa ideia de frações tenha sido desenvolvida com a turma antes da experimentação sobre medidas.

Segundo Nunes e Bryant (1997), em pesquisas realizadas, as crianças utilizam a estratégia de dividir em dois pedaços, dando muita importância à metade. Seu raciocínio dá significado à metade. O que não seria o caso desses alunos que deveriam partir não somente em metades. No meu ponto de vista, estes deveriam ter muita clareza de que há pedacinhos maiores e menores que a metade.

Fernanda e Daniel

Figura 1: 60cm² e Figura 2: 63cm² - contaram todos os inteiros. As partes também foram contadas como quadradinhos inteiros, depois dividiram por dois e somaram aos inteiros.

Gabriela, Bruna e Darlei

Figura 1: 71cm² e Figura 2: 85cm² - contaram todos os quadradinhos como se fossem inteiros, mesmo sendo somente uma parte, contavam junto.

Gabriel B e Cassiana

Figura 1: 56cm² e Figura 2: não tinham calculado na hora da apresentação, pois demoraram muito para aproximar a área da figura 1. Fizeram ao redor da figura 1 um retângulo de 8cm por 9cm, o que daria 72cm², mas eles estavam na dúvida sobre o procedimento posterior. Então, questionei-os sobre os quadradinhos não coloridos, se faziam ou não parte da área daquela figura. Disseram que não, então

perguntei o que deveriam fazer nesse caso. A Cassiana respondeu que deveriam descontar aqueles quadradinhos em branco, dos 72. Assim, explicaram aos colegas que deveriam tirar os aproximadamente 16 quadradinhos em branco. Então, fizeram:
$8 \times 9 = 72$
$72 - 16 = 56$ quadradinhos $= 56cm^2$

Depois dessas apresentações, em função da grande diferença de área entre o grupo da Bruna e os demais grupos, juntei todos e contamos novamente, em conjunto, o que seria a área aproximada de cada uma das figuras. Comentei que a diferença é normal, pode ocorrer, pois estamos aproximando valores. “Ninguém deu um valor exato, mas uma diferença muito grande em relação aos outros grupos deveria ser verificada.”

Continuando, questionei-os sobre o perímetro e muitas foram as sugestões para encontrar o perímetro de cada figura. Alguns diziam que deveríamos dividir a área por quatro, outros diziam que deveríamos contar os lados da parte exterior dos quadradinhos do contorno. Verificou-se que a ideia de perímetro está atrelada à ideia de cálculo. Sobre como encontrar o perímetro, solicitei que pensassem, como tarefa de casa: “Qual a forma mais adequada para encontrar o perímetro das duas figuras?”

Gostei da atividade anterior, pois eles tiveram que descobrir maneiras de calcular a área de regiões diferentes de retângulos ou quadrados, mas acredito que teria sido suficiente fazer a atividade com uma figura somente.

Partindo das duas figuras criadas, comentei com os alunos sobre plantas de casas, mapas de cidades e município como o nosso. Perguntei se seria possível transferir para um papel o espaço ocupado por nosso município, prontamente o Charles respondeu:

- Claro que é, se até tem mapa do Brasil!

Percebi nessa resposta a segurança em relação à logicidade das medidas e transitividade, verificada em todos os alunos muito claramente, pois se Travesseiro faz parte do Brasil, é menor que o Brasil. Então, se é possível obter um mapa do Brasil, que é grande, é possível obter um mapa de Travesseiro, que é muito menor que o Brasil.

A inclusão também está clara, pois se um grupo faz parte de outro, esse é menor ou no máximo igual ao outro.

4.3.4.6 Atividade de calcular a área aproximada do município

Utilizando a mesma ideia das figuras anteriores, o objetivo dessa atividade era verificar a área aproximada do município.

Atividade em grupos, que serão formados por três alunos, escolhidos pela professora. Cada grupo receberá:

** um mapa do Município de Travesseiro com escala 1cm – 50000 cm (A professora inicialmente pede e se necessário, explica que cada centímetro do mapa corresponde a 50.000 cm, ou seja, 500m ou 0,5 km de terras. Então cada 4 quadradinhos correspondem a 1 km quadrado.);*

** uma malha quadriculada, onde cada quadradinho terá um centímetro quadrado.*

Estime a área de nosso Município utilizando o mapa do Município, cuja escala é 1:50.000 e a malha quadriculada, onde cada quadradinho possui 1 cm de lado.

Quadro 4.34 – Atividade proposta para encontrar a área aproximada do Município

Como estava claro que poderia existir um mapa de Travesseiro, perguntei a eles se o tamanho era real, então a Cassiana respondeu:

- Não, o mapa é reduzido.

Dessa forma, formamos cinco trios e entreguei um mapa para cada grupo. Solicitei que analisassem o mapa e observassem as informações contidas nele. Deixei um tempo para que observassem livremente, depois solicitei a eles que encontrassem a escala. Procuraram, leram o que estava escrito, mas mostraram não entender o que significava 1: 50000. O Gabriel V até disse que poderia ser 1 hora e 50 minutos, mas perguntei a eles se interessava por algum motivo medir o tempo se aquilo tratava de um terreno, de uma região. Logo, ele mesmo se deu conta de que pouco teria a ver com tempo. Então, expliquei a eles o que significaria aquele valor de escala. Disse que para poder transferir a região ocupada pelo nosso município num papel havia a necessidade de se reduzir e que a redução nesse mapa seria a seguinte: cada centímetro no mapa equivale a 50.000 centímetros na realidade.

Assim, questionei-os sobre a unidade mais apropriada para medir grandes distâncias. Como responderam metros e quilômetros, perguntei quanto seriam 50.000cm transformados em metros ou quilômetros. Foram discutindo entre si e concluíram que 50.000cm seriam 500m, pois 1m = 100cm. Logo, 5m = 500cm e, segundo o Eduardo, fazendo vezes 100, obtemos: 500m = 50.000cm. Continuando, perguntei quantos quilômetros isso representaria e, prontamente, responderam que seria meio quilômetro ou então 0,5km. Assim, montamos o seguinte esquema:

1cm corresponde a 50000cm

1cm corresponde a 500m

1cm corresponde a 0,5km

Aproveitei para falar da distância da casa da Cassiana à Escola, que é de aproximadamente 500m. "Como a Cassiana mora a aproximadamente 500m da Escola, observando e medindo no mapa, a distância da casa da Cassiana até a Escola é de 1cm." Reforcei com a ajuda deles, que 1cm no mapa corresponde a 500m ou meio quilômetro na realidade.

Voltando ao objetivo da atividade que seria encontrar a área aproximada do Município, alguns alunos disseram que a área seria 75km², conforme indicava no mapa, outros disseram que em pesquisa realizada encontraram 81km², 90km², mas não interessava no momento saber o valor exato. Então, prossegui e solicitei a eles que encontrassem o valor da área utilizando a malha quadriculada utilizada na atividade anterior. Começaram a repassar o mapa em cima da malha e ninguém comentou nada sobre a relação entre 1cm² no mapa e quilômetros quadrados na realidade. Como a aula estava acabando, deixei que trabalhassem de seu modo.

Continuando, na aula seguinte, voltamos ao cálculo da área de nosso Município, cuja atividade não havíamos concluído. Relembramos que:

- 1cm corresponde a 50000cm
- 1cm corresponde a 500m
- 1cm corresponde a 0,5km
- o quadrado de 1m de lado, possui uma área de 1m²;
- o quadrado de 1cm de lado, possui uma área de 1cm²;
- o quadrado de 1km de lado, possui uma área de 1km².

Fazendo a relação com a escala do mapa, fomos discutindo como poderíamos proceder para obter um quadrado que correspondesse a um quadrado de lado 1km e área 1km². Falando sobre o assunto o Charles disse:

- Precisamos juntar dois quadradinhos.

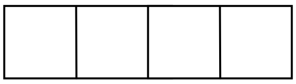
Retruquei perguntando:

- Se juntarmos somente dois quadradinhos, todos os lados terão a mesma medida? Estaremos formando um quadrado?

O Hélio respondeu:

- Junta mais dois.

A partir dessa resposta confirmei com eles que seria necessário juntar quatro quadradinhos de $1cm^2$ para obter $1km^2$ na realidade. A Gabriela veio até o quadro e desenhou quatro quadradinhos lado a lado e perguntou se poderíamos pegar os quadradinhos assim:



Os alunos não pensaram numericamente, pensaram somente na representação gráfica.

Perguntei aos colegas se na atividade em que eles tiveram que criar outras figuras utilizando sempre 20 quadradinhos a área mudava e eles responderam que não, pois o número de quadradinhos continuava o mesmo. Então, eu disse a eles que nessa situação estaria valendo o mesmo, pois os quatro quadradinhos continuariam tendo a mesma área.

Cada um dos grupos iniciou o trabalho para encontrar a área de nosso município. A atividade já foi bem mais simples que aquela dos dois mapas na aula anterior, pois eles já haviam praticado, então foram direto ao desenho do mapa na lâmina contando os quadradinhos de 4 em 4.

Figura 4.31 – Verificando a área do Município

Todos os grupos iam contando os quadradinhos inteiros e depois juntavam aqueles cujas partes formavam um inteiro. A partir dessa contagem, os grupos encontraram valores aproximados para a área de Travesseiro:

Grupo 1: 81km²

Grupo 2: 87km²

Grupo 3: 79km²

Grupo 4: 80km²

Grupo 5: 85km²

No mapa constavam 75km², mas temos conhecimento de que a Administração Municipal por inúmeras vezes entrou com recurso para verificação da área do Município que diziam estar incorreta. Em função desse fato, pegamos um mapa e estimamos a área que ficou próxima de 85km². Não satisfeitos, saímos a procurar mais informações na Internet e Biblioteca, mas encontramos muitas informações diferentes: 81,14km²; 95km²; 75km².

Figura 4.32 – Contando os quadradinhos

4.3.4.7 Atividade de diferenciação entre área e perímetro

A atividade foi proposta com o objetivo de aplicar o que havia sido trabalhado, principalmente para diferenciar área de perímetro.

> *1 – Qual a área ocupada pelo quadro negro de nossa sala?*
> *2 – Tem-se um tapete de borracha para cobrir o chão de uma sala. O tapete é composto por 24 quadrados (todos separados) de um metro quadrado cada. Diga que medidas dos lados pode ter essa sala? O perímetro será o mesmo em todos os casos? A área muda se terei que utilizar todos os quadrados?*
> *3 – Calcule a área e o perímetro de cada uma das salas de aula da escola. Qual possui maior área? E maior perímetro?*

Quadro 4.35 – Atividade proposta envolvendo área e perímetro

1 – Qual a área ocupada pelo quadro negro de nossa sala?

Para facilitar o trabalho, medimos a altura do quadro, juntos, pois o comprimento eles já sabiam – constava num exercício das aulas anteriores. Depois perguntei a eles se seria mais simples dividir o quadro em quadradinhos de 1cm² ou se alguém teria alguma outra maneira de calcular a área. Logo o Hélio explicou que bastaria multiplicar o comprimento pela altura do quadro e assim obteríamos a área.

2 – Tem-se um tapete de borracha para cobrir o chão de uma sala. O tapete é composto por 24 quadrados (todos separados) de um metro quadrado cada. Diga que medidas dos lados pode ter essa sala. O perímetro será o mesmo em todos os casos? A área muda se terei que utilizar todos os quadrados?

A Cassiana desenhou um retângulo de 6 x 4 e mostrou que daria 24. O Hélio foi ao quadro e escreveu várias possibilidades para fechar a área 24: 8 x 3; 6 x 4; 2 x 12 e comentou que valeria também fazer 3 x 8; 4 x 6; 12 x 2. Os alunos falaram que a área não mudaria, mas que o perímetro sim. Hélio aproveitou e mostrou que nos três exemplos dados por ele, o perímetro foi diferente e a área continuou a mesma.

3 – Calcule a área e o perímetro de cada uma das salas de aula da escola. Qual possui maior área? E maior perímetro?

Algumas medidas os alunos já possuíam de atividades anteriores e as que não possuíam saíram a medir. Perceberam que a sala da 4ª série A possui maior área e perímetro. Utilizaram os procedimentos de cálculo desenvolvidos em aulas anteriores.

4.3.5 Avaliação

A atividade de avaliação realizada teve como principal objetivo atender às exigências da Escola relativas ao registro de notas.

<u>1 – Diga qual a medida da linha abaixo, utilizando a régua para conferir:</u>

A medida da linha impressa ficou entre 12,7cm e 12,8cm.

Dos 15 alunos, 11 responderam 12,7cm ou 12,8cm. Dois alunos responderam 13cm, um aluno respondeu 13,7cm – acredito que ele tenha colocado errado no papel. E, um aluno respondeu 12,1cm – resposta essa, que ficou mais longe do real. Esse aluno pode ter feito a leitura dos milímetros de forma errada. Com o resultado dessa questão concluí que o ato de medir está claro para a maioria. Não apareceram casos totalmente fora da realidade, e, além disso, mesmo tendo errado o valor, todos utilizaram corretamente a unidade cm e mm, por exemplo, 12,7cm ou 12cm e 7mm.

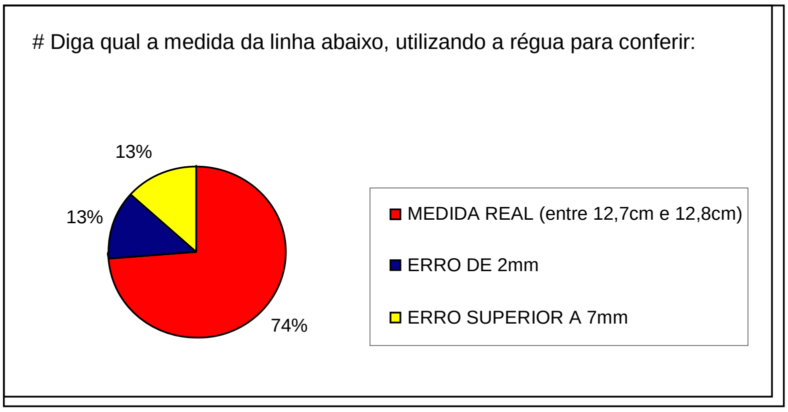


Gráfico 4.6 – Desempenho dos alunos na questão 1 da Avaliação Final

<u>2 – Meça a sua classe, faça um desenho, diga qual o valor do perímetro e da área. Escreva os cálculos que indicam cada valor.</u>

As medidas da classe são 60cm por 40cm.

Dez alunos apresentaram valores com erro não superior a 1,5cm em um dos lados da classe, o que considerei um erro admissível para esses alunos. Já cinco alunos apresentaram medidas com diferença de 5cm ou mais.

Quanto ao perímetro da classe, de acordo com suas medidas apresentadas, seis alunos apresentaram cálculo e resultado correto para o perímetro, cinco alunos apresentaram cálculo e resultado incorretos (ocorreram erros de operação e algoritmo) e quatro alunos não fizeram o cálculo do perímetro, somente da área.

Em relação à área, seis alunos apresentaram a maneira correta de calcular a área, no entanto, cometeram erros na multiplicação obtendo resultado incorreto. Cinco alunos apresentaram cálculo e resultado corretos, e quatro alunos erraram totalmente a questão de área.

Percebi que os alunos confundiram-se, pois a questão tratava de três itens diferentes: comprimento, área e perímetro. Com isso, alguns não souberam interpretar a questão corretamente, deixando de responder um ou outro item.

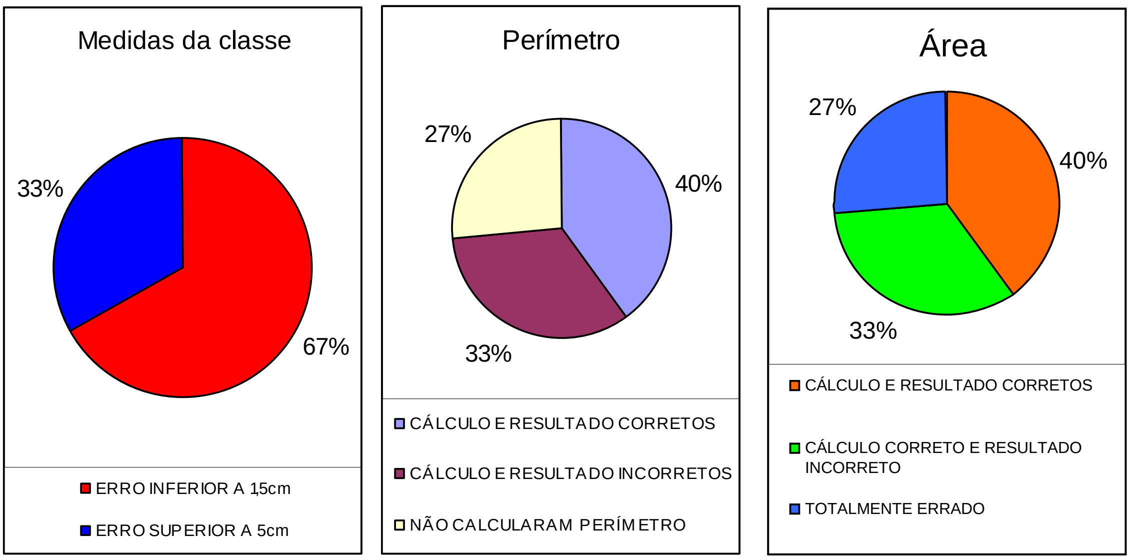


Gráfico 4.7 – Desempenho dos alunos na questão 2 da Avaliação Final

<u>3 – Uma pessoa mediu o comprimento de um corredor com passos. Cada passo media 60cm. Se a pessoa contou 25 passos e meio, qual a medida em metros e centímetros do corredor?</u>

Somente três alunos erraram toda a questão.

Desses, dois calcularam 60 + 25,30 e o outro fez 60 – 25.

Oito alunos utilizaram uma forma correta de chegar ao resultado e acertaram o resultado, fazendo:

* 60 x 25 = 1500 + 30 = 1530cm = 15,30m ou

* 60 x 25,5 = 1530cm = 15,30m ou

* 1 passo = 60cm → 2 passos = 120cm → 4 passos = 240cm → 6 passos = 360cm → 8 passos = 480cm → 10 passos = 600cm → 20 passos = 1200cm → 22 passos = 1320cm → 24 passos = 1440cm

25 passos = 1500 cm + meio passo = 1500 + 30 = 1530cm = 15 m e 30cm

Quatro alunos utilizaram procedimento correto, no entanto, não encontraram o resultado correto - dificuldade verificada na multiplicação de decimais.

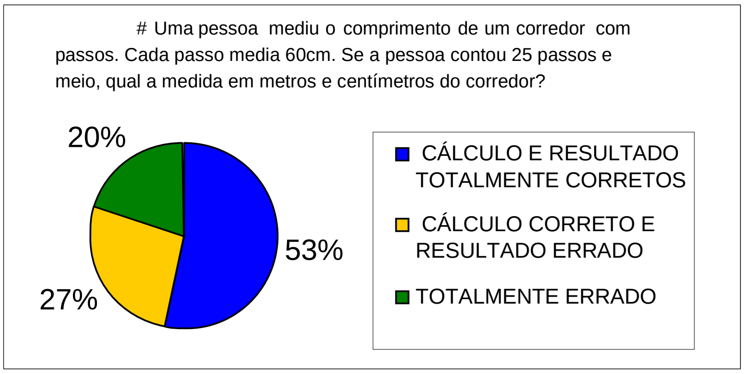


Gráfico 4.8 – Desempenho dos alunos na questão 3 da Avaliação Final

<u>4 – Ana trouxe um carretel de linha contendo 92m de linha. Paulo trouxe um carretel onde dizia: 9200cm. Lúcia trouxe outro onde dizia 100 jardas. Em qual dos carretéis tinha mais linha? Justifique.</u>

<u>Lembrete: 1 jarda = 0,9144m</u>

Dez alunos perceberam com ou sem cálculo que 92m = 9200cm, dizendo que Ana e Paulo tinham a mesma quantidade de linha. Desses, sete acertaram a resposta, mostrando através de cálculo ou explicando que 92m é uma quantidade maior que 100 jardas, pois 100 jardas equivalem a 91,44m; inclusive um disse que para tornar as 100 jardas equivalentes a 92m, teríamos que completar com 56cm. Três disseram que Lúcia tinha maior quantidade de linha, pois no seu carretel dizia 100 jardas, simplesmente observavam o número 100 não dando atenção à unidade em questão, como fizeram com centímetros e metros; um aluno até tentou mostrar que 0,9144 X 100 daria mais que 92m, encontrando 914,4m. Observou-se erro na multiplicação de decimais.

Um aluno disse que o carretel de 9200cm teria mais linha. Quatro alunos erraram a questão e não justificaram o motivo pelo qual o carretel teria mais ou menos linha. Acredita-se que não tenham conseguido interpretar a questão corretamente.

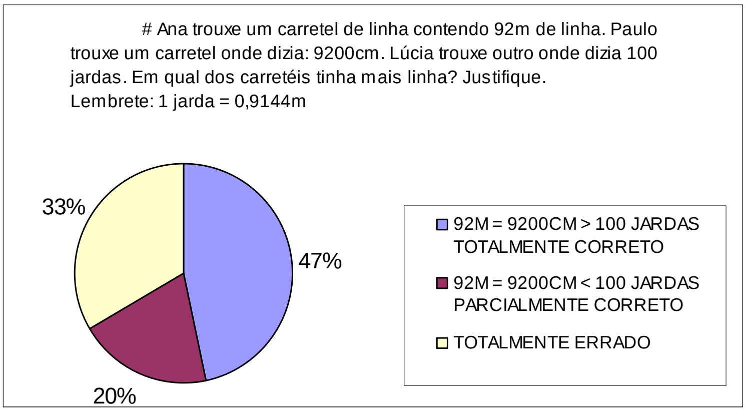
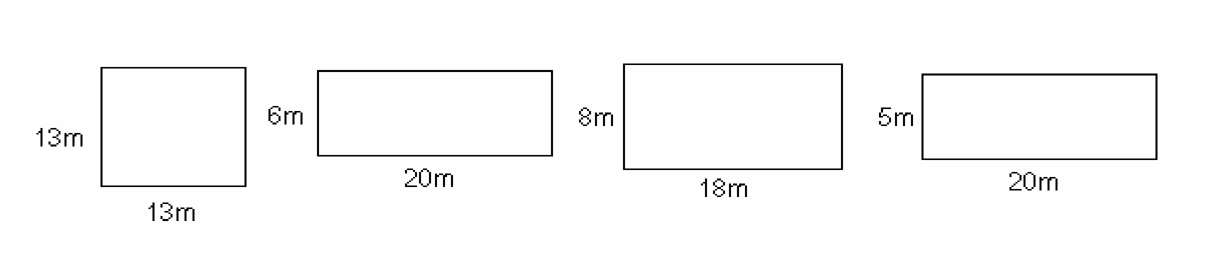


Gráfico 4.9 – Desempenho dos alunos na questão 4 da Avaliação Final

5 – Pedro tem 52m de tela. Ele quer fazer uma horta retangular ou quadrada e cercá-la com essa tela sem que falte, ou sobrem mais do que 5m da tela. Ajude-o dando pelo menos três sugestões.

Nove alunos deram sugestões corretas, contando os 52m como perímetro, no entanto, dois deles deram exemplos de triângulos quando a horta deveria ser retangular ou quadrada. Observou-se falta de interpretação, pois durante as aulas em vários momentos falou-se de retângulos, quadrados e triângulos. A maioria evitou deixar tela sobrando. O máximo de sobra ficou em 2m para um dos alunos. Algumas das sugestões foram:



Seis alunos erraram a questão, um deles desenhou retângulos, no entanto, não escreveu as medidas; um aluno confundiu área com perímetro dando sugestões em que a área ficava próxima dos 52m²; quatro desses, fizeram cálculos, mas que não estavam de acordo com a situação proposta.

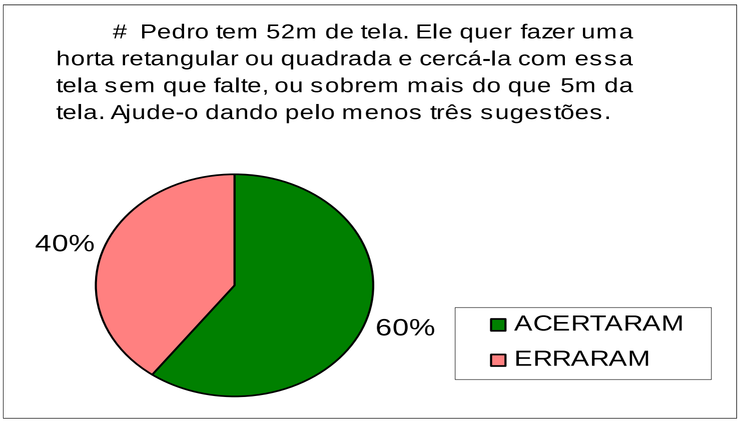
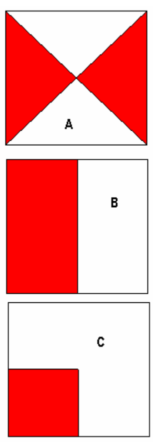


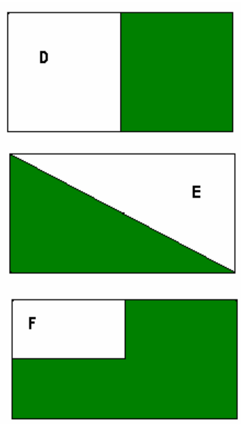
Gráfico 4.10 – Desempenho dos alunos na questão 5 da Avaliação Final

<u>6– Qual das figuras possui maior área colorida?</u>

<u>Entre A, B e C - justifique</u>

<u>Entre D, E e F – justifique</u>





Onze alunos acertaram e justificaram corretamente que A e B representavam metade do quadrado e D e E representavam metade do retângulo. Alguns explicaram também que a região colorida de C representa um quarto do total e que a região colorida de F representa três quartos do total do retângulo. Uma aluna explicou: “a F porque a E tem o mesmo tamanho que a D e a D é menor que a F.” Ela utilizou a transitividade para justificar maior e menor.

Dos quatro alunos que erraram a questão, dois deles compararam as áreas verdes com as vermelhas e concluíram que todas as verdes eram maiores. Um deles mediu com a régua os lados das figuras coloridas e comparou essas medidas. O outro fez comparações sem explicação, distante do que estava sendo perguntado. Percebeu-se que a relação parte/todo está presente e que os alunos apresentam condições de comparar áreas. Alguns dos que erraram, tiveram dificuldades na interpretação da situação proposta.

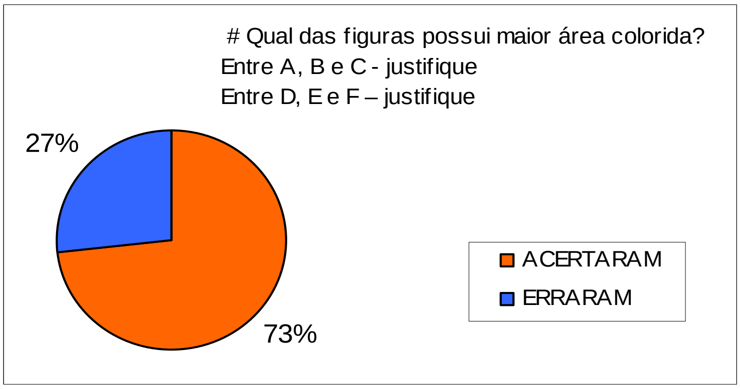


Gráfico 4.11 – Desempenho dos alunos na questão 6 da Avaliação Final

4.4 ANÁLISE DA EXPERIMENTAÇÃO DA PROPOSTA

O objetivo da sequência didática foi a compreensão e construção, por parte dos alunos, dos conceitos de grandezas e medidas, unidades de medida, perímetro e área. Todas as atividades foram planejadas para que os alunos aprendessem a medir, percebendo que esse ato é importante e faz-se presente de várias maneiras nas ações que ocorrem durante nossa vida. De modo geral, as atividades foram proveitosas e oportunizaram uma ampla discussão sobre cada um dos conceitos que se desejava contemplar.

Durante o planejamento da sequência, procurou-se elaborar atividades voltadas para o dia-a-dia do aluno ou que envolvessem situações do seu cotidiano. Algumas situações criadas, como a do cálculo do material necessário para cobrir a horta, foram planejadas exclusivamente com objetivos didáticos. Mas, para todas elas existia a possibilidade de se medir e conferir as medidas. A estratégia adotada envolveu a construção e adaptação de exercícios e situações-problemas para que promovessem o conflito e despertassem a curiosidade, afastando-se da mera aplicação de exercícios, regras e problemas extraídos de livros didáticos, que às vezes são superficiais, estereotipados e principalmente não auxiliam na compreensão por estarem distantes da realidade dos alunos. As situações propostas devem levar o aluno a descobrir o caminho mais adequado e desenvolver o poder de decisão.

Muitas atividades exigiam uma solução por parte dos alunos sem que fosse lhes dado o caminho. Essas foram muito proveitosas e significativas, pois aparecia sempre mais do que uma solução e, com elas, maneiras interessantes de resolver-se um problema. Essas atividades, de fato, contribuíram para a construção do conhecimento sobre medidas. A apresentação das diferentes soluções encontradas propiciou a discussão entre os alunos, os quais argumentavam em torno das várias estratégias e soluções. Comentavam não somente os acertos, mas também os erros ocorridos.

As atividades práticas em que os alunos tiveram que comparar, medir paredes utilizando uma unidade por eles criada, construir o metro quadrado, medir a altura de cada degrau da escada, estimar e aproximar área de regiões não regulares e mapas, inclusive o do município de Travesseiro, foram aquelas que deram mais sentido ao trabalho, pois estavam relacionadas à sua vida. Além disso, tiveram a oportunidade de conferir as soluções encontradas na própria escola. Os alunos também contribuíram muito nesse sentido, trazendo para a sala de aula experiências de sua vida familiar.

As atividades contribuíram para facilitar a construção das medidas, que, segundo Caraça (1952), possui três fases distintas: a escolha da unidade, a comparação com a unidade e a expressão do resultado dessa comparação por um número.

Cada uma das atividades foi elaborada com objetivos que estivessem de acordo com a proposta, mas enquanto algumas atingiram plenamente o que era esperado, outras não apresentaram o resultado que se pretendia alcançar.

No início do trabalho, quando os alunos mediram e criaram unidades próprias, o objetivo enunciado sobre a percepção do aluno em relação à importância de se criar uma unidade padrão entre eles para medir comprimentos foi totalmente alcançado. Percebia-se a angústia dos alunos depois de terem criado suas unidades, na primeira atividade, e as unidades da turma, num momento seguinte. Foi um problema a ser resolvido: que outras pessoas entendessem as unidades de medida que eles estavam utilizando, ou, então, conseguir transmitir a quem quiser que fosse a quantidade exata de material necessário. Ficou claro para eles que era necessária uma conversão das medidas. Era necessário converter a unidade padrão que haviam criado para uma unidade utilizada na nossa cultura, conseguindo, assim, solicitar o material necessário às outras pessoas.

A representação de partes da unidade também foi construída pelos alunos a partir da necessidade, pois nas medições realizadas chegavam a um ponto em que não era possível utilizar a unidade inteira, mas uma parte dela. Então, decidiram utilizar outra unidade que representasse uma parte da unidade padrão. Fizeram uso do conhecimento sobre frações e números decimais, dividindo cada unidade em partes iguais.

Durante o desenvolvimento das atividades, foi evidenciado o uso de muitos teoremas-em-ação. Aqueles que foram verbalizados pelos alunos foram discutidos e melhorados de forma que pudessem auxiliar na construção dos conceitos de medida.

Da mesma forma como os teoremas-em-ação apresentados pelos alunos envolvidos enriqueceram o trabalho, a experimentação acrescentou muito à sua aprendizagem, pois muitas descobertas interessantes surgiram a partir da mesma.

Na realização da atividade em que cada grupo teve que criar sua própria unidade de medida, não foi possível comparar os valores encontrados pelos grupos, pois cada um tinha sua unidade e correspondente quantidade de unidades para as paredes e janelas. Mas, durante os comentários sobre as medições realizadas, alguns alunos concluíram que “quanto mais próximo o comprimento das unidades, mais próximo seria o resultado das medições realizadas com essas unidades”.

A partir desse comentário, percebeu-se a presença da transitividade, que foi evidenciada em várias outras situações. Numa dessas situações, cada um dos alunos teve que dizer qual a distância de sua casa à Escola, e um deles corrigiu uma colega dizendo: “se tu moras depois de mim, a distância de minha casa até a Escola é menor do que a distância da tua casa até a Escola”. Verifica-se nesta fala um teorema-em-ação, que envolve a inferência lógica.

Todas as atividades envolvendo medida e as unidades de medida propiciaram aos alunos expressar algumas ideias durante seu desenvolvimento. Uma das ideias que ficou explícita foi: “quanto maior o espaço a ser medido, maior a quantidade de unidades que se repetem”. E, quanto menor o objeto a ser medido, menor deve ser a unidade empregada para que se facilite a representação numérica dessa medida. Unidades menores resultam em maior precisão.

Nas diferentes situações, cada um dos alunos contribuía de alguma forma para enriquecer a construção do conceito de medida. Apresentavam ideias que levavam todo grupo a refletir e utilizá-las quando possível, a fim de elaborar os vários conceitos que estavam sendo trabalhados.

Várias discussões foram realizadas e os alunos demonstraram sua clareza e convicção no momento de escolher a unidade de medida mais adequada para cada situação. Mostraram estar convictos de que “o milímetro é mais utilizado para medir objetos, comprimentos, larguras e espessuras pequenas. Já os quilômetros são utilizados para representar grandes distâncias, sendo perda de tempo utilizar unidades pequenas para medi-las, mesmo que representem uma maior precisão”. A partir da comparação da espessura do cabelo com a unidade milímetro, concluíram que essa unidade, por menor que fosse, poderia ser dividida inúmeras vezes. Utilizaram a ideia do infinito para justificar essas partições. Ainda em relação ao milímetro, deixaram claro que há situações em que alguns milímetros a mais ou a menos são relevantes e há outras em que não são.

Com o desenvolvimento das atividades, foi surgindo a necessidade de conversão das medidas obtidas em unidades padrão, para que houvesse um entendimento entre os próprios alunos, bem como das outras pessoas envolvidas. Um dos aspectos mais importantes que pôde ser verificado foi a utilização das estruturas multiplicativas para a realização das conversões. Em especial, o recurso à proporcionalidade [30], que foi determinante na realização das conversões. Assim, não foi necessário utilizar regras ou decorar fórmulas para resolver situações envolvendo conversões de medidas. Partiram da relação de proporcionalidade “se um palmo mede 18cm [31], então 2 palmos medem 36cm” e assim por diante. As conversões de palmos em centímetros contribuíram para que as conversões de outras unidades fossem realizadas analogamente, como: “se o dedinho é a metade do dedo, sua medida também será a metade da medida do dedo”; “se uma polegada possui aproximadamente 2,5cm, duas polegadas possuem 5cm”; “se 10m são 1000cm, então temos a relação 15m = 10m + 5m = 1000cm + 500cm = 1500cm”.

Os objetivos [32] propostos em relação à conversão de medidas também foram alcançados, como verificou-se nas observações feitas durante as aulas e na tarefa avaliativa. Utilizavam a proporcionalidade e a multiplicação, mas o importante é que compreenderam que a multiplicação é a operação mais adequada para converter unidades de medidas.

A utilização da proporcionalidade auxiliou na resolução de várias situações e produziu resultados satisfatórios. Além disso, propiciou que cada aluno percebesse o motivo pelo qual se multiplica. Depois de terem efetuado o cálculo de várias situações pela proporção, perceberam que é possível resolver uma multiplicação diretamente. Verificaram, por exemplo, que é possível encontrar o valor em centímetros de 30 palmos, resolvendo o produto: 30 x 18.

O trabalho com números decimais relacionado ao sistema métrico foi mais simples. Numa determinada situação havia a necessidade de se transformar 70cm em metros. Pelo raciocínio da proporcionalidade, os alunos concluíram que esses 70cm não chegariam a formar um metro, pois um metro teria 100cm. Logo, concluíram que não formariam um metro, e que esse comprimento se representaria por 0,70m.

Avalio positivamente a utilização dessa estrutura multiplicativa[33] para resolver situações que exigem conversões. Hoje, em série mais avançada, esses mesmos alunos utilizam a proporcionalidade para resolver situações de porcentagem.

---

[30] Problemas de conversão podem ser considerados, segundo a classificação mencionada na seção 2.6 deste trabalho, como problemas que envolvem isomorfismo de medidas.

[31] Valor estabelecido para o palmo em atividades anteriores.

[32] Foram estabelecidos os seguintes objetivos em relação à conversão de medidas: saber converter a unidade de medida criada para a unidade metro; compreender a conversão entre as unidades de medida, a partir das estruturas multiplicativas (isomorfismo de medidas).

[33] Segundo Vergnaud (1983), as estruturas multiplicativas envolvem o isomorfismo de medidas (proporcionalidade) e a organização retangular (análise dimensional e produto de medidas).

Aconteceu por parte deles um entendimento de que não é preciso memorizar regras, basta entender e internalizar para usar adequadamente certos esquemas.

A relevância dessa aprendizagem fica mais evidente quando comparada com resultados obtidos através de pesquisa realizada anteriormente com alunos de Ensino Médio, onde as conversões de unidades geraram muitas dúvidas e confusão. Sabe-se, por experiência própria, que esta conversão, na escola, comumente se dá através de memorização de fórmulas e regras, como por exemplo, deslocar a vírgula para a direita ou para a esquerda, de acordo com a conversão que se queira realizar. No uso desse método é preciso lembrar de todos os múltiplos e submúltiplos do metro, além de saber escrever de forma correta o valor a ser convertido na tabela.

Uma ideia que ficou muito clara durante as conversações com os alunos, em função das medições realizadas, foi a “caracterização de um retângulo como quadrilátero de lados consecutivos perpendiculares entre si”. Essa compreensão foi evidenciada numa das explicações dadas pelos alunos para a não medição dos quatro lados da horta, que tem o formato de um retângulo, no cálculo do perímetro. Os alunos comentaram que não haveria necessidade de se medir os quatro lados, somente dois “que se encostam”, pois tratava-se de um retângulo, que não é “torto”. Interpretando essa fala, considero que referiam-se a ângulos retos. Logo, verificou-se que tinham conhecimento de que um retângulo possui ângulos internos retos. Verificaram que, com os lados congruentes dois a dois, teriam informações suficientes para calcular o perímetro. A presença dessa ideia contribuiu para o desenvolvimento de atividades relacionadas ao perímetro de figuras. Em relação ao perímetro do quadrado e do retângulo, pôde-se observar que era possível encontrá-lo através de cálculo de várias maneiras, fazendo-se um jogo com os números que identificavam as medidas dos lados. No caso do quadrado, bastaria conhecer a medida de um dos lados. Já no retângulo, a medida de dois lados consecutivos. Com muita espontaneidade, a soma desses quatro lados que definiria o perímetro foi realizada através de um arranjo de números e operações, utilizando-se adição e multiplicação e suas propriedades, como a comutatividade, associatividade e distributividade.

A partir dessas figuras, quadrado e retângulo, partiu-se para o triângulo e foi criado um modelo para o cálculo do perímetro quando o triângulo possui lados com medidas iguais ou diferentes.

Verificou-se clareza por parte dos alunos para encontrar o perímetro nas figuras anteriormente citadas, principalmente no quadrado e retângulo. Mas, quando o assunto passou a ser um círculo, a discussão foi extensa e a solução demorou para aparecer. A obtenção desse perímetro, para os alunos, era uma situação-problema complicadíssima a ser resolvida. Considero que a dificuldade estava em não se poder escrever esse perímetro como resultado de um cálculo, como nos casos anteriores. Os alunos tentaram de muitas maneiras, mas o que parecia óbvio estava distante. Eles não conseguiam desprender-se do cálculo e da transformação dos lados em segmentos de retas. Buscavam linearizar o círculo, talvez pela familiaridade com as linhas retas e pelo uso intenso de réguas rígidas durante toda vida escolar. A pergunta que ficou é: por que depois de terem falado tanto em “contorno”, “ao redor”, demorou até que alguém sugerisse medir o contorno do canteiro circular para obter o resultado?

Analisando as atividades realizadas nesse sentido, acredito que a maneira como foram conduzidas podem ter levado à ideia de perímetro como resultado de um cálculo. Falou-se muito dos lados do quadrado, retângulo e triângulo e a partir deles escreveu-se o cálculo do perímetro. Mas, quando passamos para o círculo e figuras irregulares, tínhamos que falar do contorno, pois não estávamos mais tratando com segmentos de reta.

Em relação às atividades envolvendo área e comparação de áreas, podemos caracterizá-las como positivas. A arte de pensar e encontrar caminhos para descobrir semelhanças e diferenças foi bastante explorada. Na atividade de comparação de partes do quadrado, foi nítido o interesse dos alunos em decifrar cada característica das figuras e encontrar uma solução que pudesse ser justificada. Mostraram entusiasmo em poder explicar porque as regiões, mesmo sendo diferentes, possuíam mesmo tamanho.

Os alunos apresentaram diferentes maneiras para representar a mesma parte do inteiro. Em relação às figuras, mostraram e provaram a partir de recortes que “o quadrado pode ser decomposto em dois triângulos iguais. Que esse mesmo quadrado pode ser decomposto em dois retângulos iguais ou quatro quadrados iguais”.

Na mesma atividade, percebeu-se uma progressiva abstração dos desenhos, pois no início sentiam a necessidade de recortar e sobrepor as figuras, o que foi dando lugar à análise e ao raciocínio. A divisão do quadrado em duas e quatro partes foi decisiva para que ocorresse uma análise numérica. Nas conclusões relatadas observaram que, dividindo-se um quadrado em quatro partes iguais, cada parte seria equivalente a um quarto de todo o quadrado, independente da forma que a figura teria. A mesma ideia foi levada para a divisão em duas partes. A partir dessas conclusões, conseguiram verificar que um triângulo, um quadrado e um retângulo de lados distintos podem ter a mesma área. Logo, perceberam que figuras diferentes podem ter áreas iguais. Compararam triângulos, retângulos e quadrados, partes de um mesmo retângulo e foram capazes de dizer quais dos pares de figuras possuíam a mesma área.

Uma atividade muito proveitosa para discutir área e perímetro foi aquela em que criaram diferentes figuras utilizando o mesmo número de quadradinhos, unidades de área, em que haviam decomposto o retângulo inicialmente dado. No final da atividade, ao analisá-la, os alunos perceberam que a área se mantinha e o perímetro mudava e, assim, puderam verificar que "figuras com a mesma área podem ter perímetros diferentes".

A compreensão de que figuras com áreas iguais podem ter perímetros diferentes se deu, para alguns alunos, a partir da discussão em torno do assunto. Um dos alunos mostrou o motivo pelo qual isso estaria acontecendo. Explicou aos demais que alguns quadradinhos poderiam estar no interior da figura, logo não se contariam seus lados. Outros, que estariam nas laterais, de acordo com sua posição, poderiam ter um, dois, três ou até os quatro lados contados para obter-se o perímetro da figura.

Nessas primeiras atividades envolvendo área e perímetro, os alunos pareciam diferenciar as duas propriedades de modo adequado. Mas, quando trabalhou-se a área numericamente, realizando cálculos, surgiram as dúvidas e confusões em relação a ambos. Houve grande dificuldade por parte dos alunos em trabalhar com a área sem considerar o valor do perímetro. Durante a experimentação de toda sequência didática, diferenciar área de perímetro foi a maior dificuldade apresentada pelos alunos, e até o final essa dificuldade não havia sido resolvida para alguns.

Avalio que a maneira como foram abordados esses conceitos, perímetro e área, contribuiu para gerar esse impasse. Utilizei a malha quadriculada como apoio para que visualizassem melhor as figuras trabalhadas, não percebendo que isso poderia levá-los a contar os quadradinhos do contorno quando era solicitado que calculassem o perímetro. Para alguns, a malha quadriculada, além de apoio para o desenho, acabou sendo usada como instrumento de medida. Esses alunos usaram o mesmo instrumento (malha quadriculada) para medir as duas grandezas – área e perímetro – o que dificultou a diferenciação entre ambos. Essa confusão ficou evidente quando foi solicitado o cálculo da área da horta e muitos quiseram considerar os lados dos quadradinhos ao invés de simplesmente contá-los.

Observo que as próprias sugestões trazidas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o segundo ciclo, que inclui a quarta série, contribuem para essa confusão quando listam entre os conteúdos conceituais e procedimentais da Matemática:

> Cálculo de perímetro e de área de figuras desenhadas **em malhas quadriculadas** e comparação de perímetros e áreas de duas figuras sem o uso de fórmulas (BRASIL. MEC, 1997, p. 90, grifo nosso).

A partir dos resultados obtidos e análise realizada, questiono a utilização da malha quadriculada na construção dos conceitos de área e perímetro, sugerida também pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. Desenvolvendo o assunto dessa forma, complica-se ao invés de facilitar a compreensão. Para nós, professores, pode estar claro que o perímetro é o contorno da figura, e que é diferente da sua área. No entanto, para as crianças dessa etapa, esses conceitos não estão tão claros, pois como viu-se através do estudos realizados por Piaget (1948), nas etapas iniciais da construção do conceito de área, a criança trata a superfície como um espaço delimitado por uma linha fronteiriça.

A construção do metro quadrado com jornal foi fundamental para que construíssem a ideia de área e superfície. Na medição da sala de aula, muitas dúvidas surgiram, mas foi em função dos números não inteiros, pois sabiam que medir a área envolvia cobrir tudo. Conseguiram expressar que "o metro quadrado cabe cinco vezes inteiras num dos lados da sala, o que se repete, no mínimo, oito vezes". Conseguiram mostrar com números inteiros a área da sala, mas para mostrar a área correta que envolve partes não inteiras apareceram dúvidas. Percebeu-se a importância que deve ser dada às propriedades das operações, bem como à compreensão dos números decimais.

A partir do metro quadrado criado, descobriram que cortando-o ao meio, e colocando os dois pedaços lado a lado, numa posição diferente da inicial, o perímetro muda e a área não.

Na atividade de obter aproximações da área de figuras irregulares, também foi bastante explorada a ideia de área. Os alunos conseguiram obter boas aproximações utilizando a malha quadriculada. Observo, entretanto, que como já havíamos encontrado triângulos como unidades de área na atividade de comparar o tamanho das figuras, poderíamos ter proposto o triângulo como unidade de área.

Numa conversação inicial, foi sugerido pelos alunos retangularizar e decompor a figura em quadradinhos. Ficou claro que área de um quadrado de lado 1cm é igual a 1cm², de 1m de lado é igual a 1m² e do mesmo modo a área de um quadrado de 1km de lado é igual a 1km². Utilizando o quadrado como referência, ficou prático aproximar a área das duas figuras.

Enquanto alguns grupos contavam os quadradinhos inteiros e depois juntavam as partes dos quadradinhos não contadas anteriormente, outros tentavam formar o menor retângulo possível que envolvesse toda a região irregular, calculavam a área e no final descontavam os quadradinhos e partes que estavam no retângulo, mas fora da região irregular, cuja área buscavam. Essas estratégias de cálculo partiram deles, pois no início da atividade foram entregues as figuras e foi solicitado que encontrassem uma forma de aproximar suas áreas.

Analisando o tempo que os alunos levaram para realizar a atividade, acredito que não havia necessidade de solicitar que encontrassem a área de duas figuras, com uma delas já teriam sido atingidos os objetivos propostos.

As atividades relacionadas com o dia-a-dia dos alunos, na maioria das vezes, necessitavam somente de uma formalização, era necessário organizar as ideias e expressá-las numa linguagem matematicamente correta. Os alunos traziam muitas informações e contribuições para o andamento e bom desenvolvimento das aulas.

Ficou claro que as atividades práticas e relacionadas com o dia-a-dia do aluno são mais interessantes, pois dão sentido ao conteúdo desenvolvido. São essas situações que nos movem, portanto, devem estar presentes na escola.

A grande maioria dos objetivos foi alcançada. Com o desenvolvimento das atividades, os alunos envolvidos perceberam a importância de se ter uma unidade padrão. Conseguiram expressar numericamente o resultado das comparações. A partir da necessidade que surgiu, converteram unidades de medidas e utilizaram as estruturas multiplicativas como alternativa para resolver essas situações. Durante todo o processo, os alunos decidiam pela economia e praticidade no momento de escolher uma unidade para realizar medições. Em relação ao perímetro e à área, entretanto, cabe ressaltar que as atividades realizadas na experimentação não foram suficientes para construir adequadamente estes conceitos, principalmente em relação à diferenciação entre eles.

Destacamos que é difícil atingir a todos os alunos de igual forma, pois apesar de todas as práticas realizadas, alguns alunos não conseguiram sistematizar o que se pretendia, principalmente diferenciar área de perímetro. Essa dificuldade pode ser em parte atribuída ao processo de construção do conceito de superfície, considerando que, segundo Piaget, Inhelder e Szeminska (1948), nas fases iniciais a superfície é concebida pela criança como algo que fica delimitado pelo contorno. E é preciso que ela passe a pensar na superfície como passível de infinitas partições, mais do que algo interno a um certo contorno, para que possa construir essa diferenciação entre área e perímetro como propriedades distintas da mesma figura. Outro aspecto a ser considerado e que já fora comentado, é a utilização da malha quadriculada em atividade de medida de perímetro, podendo ter contribuído para dificultar a diferenciação entre perímetro e área.

Quanto à atividade de Avaliação Final, proposta depois da análise dos resultados obtidos durante todo processo, avalio-a como uma atividade que não expressa a construção de conceitos e estratégias que ocorreu ao longo de toda experimentação da sequência didática. De fato, a aplicação da proposta contém uma avaliação durante todo o processo. Cada fala, cada gesto, cada esquema ou estratégia empregada foi avaliada e aproveitada na construção dos conceitos de medidas. Tudo isso influenciou no processo, enquanto a Avaliação Final foi somente mais uma tarefa com atividades isoladas e que não provocou nos alunos aquele entusiasmo demonstrado durante toda experimentação.

A partir desses principais itens analisados, pode-se avaliar a experimentação como positiva e que contribuiu para que os alunos adquirissem e principalmente construíssem novos conhecimentos e o conceito de medida. Essa avaliação reforça a convicção de que a metodologia deve ser ponto essencial no trabalho com medidas. Desenvolver o conteúdo sem prática e relação com o cotidiano é uma forma de “passar” o conteúdo sem construir conceitos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta pesquisa foi a construção dos conceitos de grandezas e medidas, que se deu através da realização de uma sequência de atividades práticas. A elaboração da proposta deu-se a partir da questão norteadora:

"É possível promover uma compreensão do conceito de medida no 5º ano do Ensino Fundamental?"

Na tentativa de realizar um trabalho fundamentado de forma que ocorresse essa compreensão, pesquisou-se o que alguns estudiosos da matemática e da psicologia cognitiva falam sobre medida e a construção desse conceito. Partiu-se da construção da unidade de medida e da comparação de cada comprimento, distância ou área com as unidades construídas. A expressão numérica da medição realizada deu-se em seguida e para a análise das estratégias dos alunos, foram utilizadas as estruturas multiplicativas segundo Vergnaud.

A partir da prática e da utilização de conceitos já construídos pelos alunos foi possível promover a compreensão do conceito de medida de comprimento, de perímetro e de área. Realizando um trabalho que desse a devida importância para cada uma das etapas, principalmente no que tange à construção da unidade e consequente representação numérica, foi possível que os alunos construíssem de modo consistente o conceito de medida.

Cada uma das etapas foi cuidadosamente desenvolvida para que os alunos não tivessem que decorar, mas construir cada um dos conceitos envolvidos. Para executar as atividades iniciais, tiveram que formular estratégias e assim atingir o objetivo final que seria informar a quantidade necessária de material conforme a situação inicialmente proposta.

Os alunos traziam muitas informações, explicitavam teoremas-em-ação e elaboravam novas conjecturas ou teoremas, os quais eram discutidos e aproveitados durante o desenvolvimento da proposta. No entanto, muitas vezes, essas conjecturas ou convicções não eram válidas. E, nesse sentido, tornou-se fundamental meu papel como pesquisadora de promover a participação dos alunos para posteriormente, em conjunto, reformular essas conjecturas.

Confirmou-se que é possível promover a compreensão do conceito de medidas por crianças de 4ª série (5º ano) do Ensino Fundamental, pois obtiveram-se bons resultados. Na aplicação da sequência, verificou-se que é possível e, portanto, devemos aproveitar o raciocínio das crianças e desenvolver suas habilidades, secundarizando abordagens de mecanização ou mera aplicação de algoritmos.

Através de leituras realizadas, concluiu-se que crianças que se encontram nessa fase, como os alunos sujeitos da experimentação, apresentam condições de construir e aprender os conceitos de grandezas e medidas.

A pesquisa é válida e apresenta resultados positivos, pois durante toda a experimentação muitos conceitos foram construídos. O conceito de medida não foi construído isoladamente, mas a partir de vários outros conceitos que contribuíram de forma decisiva. Em especial, o pensamento multiplicativo, as frações e os números decimais que facilitaram a compreensão de conceitos específicos das medidas. Observa-se que essas aprendizagens continuam sendo utilizadas pelos alunos que participaram da pesquisa e que atualmente estudam na 5ª série[34] do Ensino Fundamental. Muitos conceitos que foram abordados continuam presentes na construção de outros, principalmente os que dizem respeito às estruturas multiplicativas e em especial à proporcionalidade na resolução de situações que envolvem porcentagens.

A sequência didática proposta e experimentada poderá ser utilizada para ensinar medidas para outros grupos de alunos que estiverem num 5º ou 6º ano do Ensino Fundamental. A mesma foi elaborada para introduzir e construir o conceito de medida sem necessariamente concluí-lo, mas considerando os conceitos que já haviam sido construídos pelos alunos da turma em que a pesquisa foi realizada. Além disso, toda a sequência está de acordo com o contexto destes alunos e desta escola. Logo, para futuras aplicações devem ocorrer adaptações para que os resultados sejam satisfatórios.

Além de confirmarmos que é possível promover a compreensão do conceito de medida num 5º ano do Ensino Fundamental, podemos afirmar que é possível elaborar uma proposta didática com medidas onde esteja inserido o cotidiano do aluno. Isto é viável, pois toda proposta foi elaborada a partir de situações do cotidiano. Algumas situações-problemas foram adaptadas à realidade dos alunos, mas da mesma maneira contribuíram para a construção do conceito de medida.

---

[34] Corresponde ao 6º ano do Ensino Fundamental de 9 anos.

Essa utilização do cotidiano contribuiu para que os alunos conseguissem empregar os conceitos de medidas de comprimento e área em sua vida. Fundamentada nas situações propostas e nos resultados obtidos, posso afirmar que esse grupo de alunos tem uma base sólida para resolver situações que surgirem sobre medidas. Como toda proposta foi elaborada a partir de situações reais, a transferência para situações que surgirem em sua vida será mais simples, pois os conceitos foram compreendidos.

De modo geral, essa pesquisa comprovou-me, como professora, que a maneira como conduzimos os temas desenvolvidos em sala de aula influencia na compreensão que o aluno faz desse tema. A metodologia empregada é fator importante, pois se decidirmos por conduzir aulas em que os alunos contribuem com suas ideias, estaremos construindo em conjunto os conceitos. Já, quando repassamos regras prontas para simplesmente aplicá-las, estaremos deixando de lado a construção, priorizando a memorização.

A opção por dar importância à fala dos alunos e à sua maneira de solucionar certas situações tornou minhas aulas mais dinâmicas e produtivas, pois o aluno que participa compreende melhor o que se pretende ensinar. Além disso, com essa interação, ele estará mais atento às possíveis soluções e aos argumentos dos colegas sobre o procedimento utilizado. Desse modo fica favorecida a construção dos conceitos.

Na minha atuação como professora, repensei a metodologia empregada até então. Percebi o quanto é importante planejar a partir de uma base teórica. Verifiquei que a aprendizagem ocorre de maneira mais eficiente quando confrontamos a teoria com a prática, e que a análise do desenvolvimento cognitivo da criança, com base na teoria, pode nos explicar os motivos pelos quais alguns alunos não conseguem entender certos conceitos e contribuir para que se tomem outros rumos a fim de promover a aprendizagem.

Este estudo fez com que eu re-elaborasse meu conceito de construção do conhecimento e aprendizagem. Concluí que não basta solicitar que os alunos peguem instrumentos de medida e saiam medindo o que encontrarem pela frente, pois isso não expressa e não melhora a sua compreensão sobre grandezas e medidas. Verifiquei que nem todas as atividades planejadas têm o efeito que imaginamos. Ao usar a malha quadriculada numa atividade de perímetro, pretendia apenas usar as linhas da folha como apoio para o desenho. Entretanto, o uso da malha quadriculada contribuiu para dificultar a diferenciação entre área e perímetro. Acredito que deva-se discutir o que propõem os próprios Parâmetros Curriculares Nacionais a respeito do assunto quando sugerem a utilização da malha quadriculada. Elaborar uma nova maneira de abordar área e perímetro poderia resolver em parte as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação ao assunto.

Sugiro, a partir da problemática apresentada, novos estudos sobre a construção dos conceitos de área e perímetro.

Enfim, é possível promover a compreensão dos conceitos de comprimento e área no 5º ano do Ensino Fundamental, envolvendo o cotidiano do aluno para que ele possa utilizar esses conceitos compreendidos em sua vida.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática.** Lisboa: Tipografia Matemática, 1952.

CRUMP, Thomas. **La antropología de los números.** Madrid: Alianza Editorial, 1994.

DANTE, L. R. **Tudo é matemática: 5ª série**. São Paulo: Ática, 2005.

GROSSI, Esther P. **Idéias chave de Gérard Vergnaud.** Porto Alegre: GEEMPA, 2004.

IEZZI, G.; DOLCE,O.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade: 5ª série**, 5. Ed. São Paulo: Atual, 2005.

LIMA, Paulo F.; BELLEMAIN, Paula M. B. Habilidades matemáticas relacionadas com grandezas e medidas. In: Fonseca, Maria da C. F. R. **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas: reflexões a partir do INAF 2002.** São Paulo: Global/ Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação/Instituto Paulo Montenegro, 2004.

LOVELL, Kurt. **O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança.** Tradução de Auriphebo Berrance Simões. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.

MORAES, Mara S. S. Grandezas e Medidas. Fascículo 5. In: **Pró-Letramento: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Matemática.** Brasília: Ministério da Educação/Secretaria da Educação Básica, 2007.

MOREIRA, Marco Antonio. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002.

MORI, I.; ONAGA, D.S. **Matemática: Ideias e Desafios, 5ª série**. 14 ed. São Paulo: Saraiva, 2005.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática** Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia M. M.; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **Educação Matemática 1: números e operações numéricas.** São Paulo: Cortez, 2005.

PIAGET, Jean. **Para onde vai a educação?** Tradução de Ivette Braga. Rio de Janeiro: José Olympio, 2002.

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. **A representação do espaço na criança.** Tradução de Bernardina Machado de Albuquerque. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel; SZEMINSKA, Alina. **La géométrie spontanée de l'enfant.** Paris: Presses Universitaires de France, 1948.

PLAZA, Maria del C. C.; BELMONTE, Juan M. **El problema de la medida: didactica de las magnitudes lineales.** Madrid : Sintesis, 1994.

ROCHA, Cristiane de Arimatéa et al. Uma discussão sobre o ensino de área e perímetro no Ensino Fundamental. In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, IX., 2007, Belo Horizonte. **Anais eletrônicos...** Belo Horizonte: SBEM, 2007. Minicurso. Disponível em: www.sbem.com.br/files/ix_enem. Acesso em 05 de agosto de 2008.

TRAVESSEIRO. **Site Oficial do Município de Travesseiro-RS**. Disponível em: www.travesseiro.rs.gov.br. Acesso em 27/07/2009.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (eds.). **Acquisition of mathematics concepts and processes.** New York: Academia Press Inc, 1983. p. 127-174.

______. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, v. 1, n. V, p. 75-90,1986.

______. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.** Revista do GEEMPA, Porto Alegre, n. 4, p. 9-19, 1996.

______. Esquemas operatórios de pensamento. In: GROSSI, Esther P. (ed.). **Ensinando que todos aprendem.** Porto Alegre: GEEMPA, 2005.

______. Fala, mestre. **Nova Escola**, São Paulo, ano XXIII, n. 215, p. 32-36, 2008a. Entrevista concedida a Gabriel P. Grossi.

______. **Atividade humana e conceituação**. Porto Alegre: Comunicação Impressa, 2008b.

______. O que é aprender? In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano A. (Orgs). **A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais.** Curitiba: Editora CRV, 2009.

7 APÊNDICES

APÊNDICE 01 – Autorização para divulgação do nome e imagem dos alunos

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

AUTORIZAÇÃO

Eu, Viviane Raquel Backendorf, professora efetiva de Matemática da Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro Pretto, aluna do programa de mestrado da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, solicito aos senhores pais do(a) aluno(a): ________________________________ autorização para divulgação do nome e da imagem de seu(sua) filho(a) no trabalho de pesquisa para aquisição do título de mestre profissional em ensino de matemática. A aplicação da seqüência de atividades foi realizada de 23 de setembro de 2008 a 28 de outubro de 2008.

Travesseiro, 10 de dezembro de 2008.

____

Viviane Raquel Backendorf

Professora – pesquisadora

____

Responsável pelo aluno

____

Nome do(a) aluno(a)

APÊNDICE 02 – Sequência didática proposta e aplicada no Estágio Supervisionado

AULA 01

OBJETIVOS:

Que o aluno:

- utilize sua criatividade para medir comprimentos sem utilizar instrumento conhecido;
- compare grandezas;
- perceba a importância de se criar uma unidade padrão para medir comprimentos;
- busque formas de representar partes da unidade, que aparecem no processo de medição de determinados comprimentos;
- expresse numericamente o resultado da comparação de grandezas;
- consiga trabalhar em grupo a fim de trocar ideias a partir da situação recebida;

PROCEDIMENTO:

1 – Formação de 5 grupos com três elementos em cada grupo. A escolha dos integrantes do grupo será feita por sorteio.

2 – Todos os grupos receberão a seguinte situação para resolver:

> *Para melhorar o ambiente escolar, decidiu-se:*
> *- colocar sarrafos nas paredes da sala de aula em que não há quadro nem janelas;*
> *- colocar trilhos de alumínio nas janelas para colocar outro tipo de cortinas.*
> *Ajudem-nos a descobrir a quantidade de material necessário.*

3 – Cada grupo deverá encontrar uma forma de medir os dois itens sem utilização de qualquer instrumento, somente o corpo. Utilizarão lápis e papel para registrar.

4 – Registro das medidas encontradas através de desenho e relatório escrito.

5 – Discussão das medidas utilizadas, no grande grupo:

* Como mediram cada um dos itens?

* Que unidade utilizaram? (Explicação de que a unidade é aquela que vamos repetir para medir)

* Foi possível usar somente unidades inteiras ou em algum momento não foi possível utilizar a medida inteira escolhida?

* Todos os grupos utilizaram a mesma unidade?

* Como é que podemos comparar essas medidas?

* O que fazer para não dar confusão e ter medidas diferentes?

* Será possível utilizar várias unidades ou há necessidade de transformar numa unidade só?

Os alunos serão levados a perceber a importância de se utilizar uma unidade única de medida para facilitar a comparação de qualquer grandeza.

AULA 02

OBJETIVOS:

Que o aluno:

- perceba a importância de se criar uma unidade padrão para medir comprimentos;
- busque formas de representar partes da unidade que aparecem no processo de medição de determinados comprimentos;
- compreenda a existência do Sistema Internacional de Medidas;
- saiba determinar parte da unidade e parte da parte da unidade padrão criada;
- saiba converter a unidade de medida criada na unidade metro;
- compreenda a conversão entre as unidades de medida, a partir das estruturas multiplicativas (isomorfismo de medidas);
- utilize seus conhecimentos sobre frações para encontrar as partes da unidade e partes da parte da unidade de medida escolhida;
- pesquise, informe-se sobre outras medidas, bem como sobre o Sistema Internacional de Medidas;

- utilize as informações obtidas através dos pais e familiares para aprimorar seus conhecimentos.

PROCEDIMENTO:

1 – Criar uma unidade de medida única na turma e fazer nova medição. Decidido qual unidade adotar, transferir em uma cartolina a unidade para que possa ser utilizada por todos os grupos.

* Que unidade vamos criar para a turma?

* Vamos utilizar uma unidade já utilizada por algum grupo ou vamos criar uma diferente de todas as criadas pelos grupos?

* Como vamos chamá-la?

2 – Relatório escrito e com desenho da medição feita.

3 – Discussão das medidas realizadas:

* Bem, agora que adotamos uma unidade única será possível falar da mesma forma?

* Quantas unidades de medida de cada material será necessário?

* As medidas encontradas são todas inteiras? Como procederam para as que não são?

* Novamente faz-se necessário criar as mesmas partes da unidade adotada, como? É o suficiente? Se não for, teremos que criar partes da parte.

* Como vamos chamar cada parte e parte da parte? Baseados em que?

O objetivo é partir da idéia de que temos uma unidade, uma parte inteira, que deverá ser partida em partes iguais.

4 – Definição da unidade padrão, sua parte e partes da parte:

UNIDADE PADRÃO	PARTE	PARTE DA PARTE

5 – Nova medição utilizando a parte da unidade e a parte da parte da unidade padrão.

6 – Relatório escrito e com desenho das medidas realizadas.

7 – Questionamento sobre as medições realizadas:

* Agora com as medições feitas temos condições de fazer a encomenda do material?

* Todos conseguiram as mesmas medidas? Por quê?

* A pessoa que vai nos fornecer o material conhece nossa unidade de medida? Como proceder?

* Se a encomenda for feita com um vendedor de Porto Alegre? Como explicar a nossa unidade de medida?

(Discussão sobre a necessidade de se converter a unidade criada numa unidade conhecida por mais pessoas, pois podem querer mandar por e-mail, mandar tamanho por carta,...).

8 – Tarefa de casa:

* Pesquisar sobre outras unidades de medida de comprimento existentes e a justificativa do aparecimento do metro, quanto vale um metro? Pesquisa em livros e na Internet.

* Entrevista com os pais:

1 – Que unidades de medida de comprimento vocês conhecem, utilizam ou já utilizaram?

2 – Qual a unidade de medida mais comum no seu dia-a-dia?

3 – Que unidades diferentes do metro ainda são utilizadas para medir certos comprimentos?

4 – Dê exemplos de objetos, roupas, aparelhos eletroeletrônicos e eletrodomésticos que utilizam diferentes unidades de medida para identificar o tamanho, peças,...

AULA 03

OBJETIVOS:

Que o aluno:

- perceba a quantidade de unidades de medida existentes e a importância de se criar uma unidade padrão internacional para facilitar o trabalho com medidas;
- utilize adequadamente a tecnologia disponível para pesquisar e apresentar de forma coerente aos demais colegas o trabalho realizado;

- trabalhe cooperativamente com os colegas, a fim de criar, sintetizar e elaborar material que possa acrescentar novos conhecimentos ao grupo.

PROCEDIMENTO:

1 – Formação de grupos com 3 pessoas em cada, a critério dos alunos. Pesquisa em livros dados pela professora e na Internet sobre medidas de comprimentos.

2 – Cada grupo deverá criar 3 slides em Power Point, que tratem das unidades de medida de comprimento existentes, da história das medidas e o surgimento do metro, bem como seus múltiplos e submúltiplos, utilizando o material pesquisado e a entrevista realizada com os pais.

3 – Análise da atividade:

A professora retoma os assuntos pesquisados, dando ênfase à história do metro.

AULA 04

OBJETIVOS:

Que o aluno:

- reconheça as várias unidades de medida de comprimento conhecidas e utilizadas;
- consiga realizar as conversões de unidades utilizando a proporcionalidade;
- saiba trabalhar com várias unidades de medida;
- saiba escolher a unidade que melhor represente as grandezas que foram medidas;

PROCEDIMENTO:

1 – Cada grupo deverá apresentar a pesquisa realizada.

2 – Questionamento a partir das apresentações:

* Quais unidades de medida de comprimento vocês já conheciam?
* Sabem de alguém que ainda utiliza essas unidades?
* Como compramos as televisões? Que unidade de medida é utilizada?
* Sabem o que significa essa medida?
* O aparecimento do metro facilitou a vida das pessoas? Como?
* Como o metro está subdividido?
* Por que na atividade de medir as paredes, alguns alunos sugeriram que se utilizasse como unidade padrão um fio de cabelo? Por que desistiram?
* Por que alguns objetos, mesmo grandes são medidos em milímetros?

(Comentários sobre a precisão necessária em muitos casos como carros, roupas, ...)

3 – Preencher o quadro:

A turma será dividida em grupos de três pessoas onde cada grupo deverá com a utilização de trena e régua, observar as unidades que estão nesses instrumentos e concluir:

1 metro possui .... centímetros. 1 centímetro possui .... milímetros. 1 metro possui .... milímetros.

4 – Questionamento sobre a unidade de medida criada pelo grupo:

* Agora, a partir daquilo que medimos, como poderemos fazer a conversão em metros, centímetros ou milímetros?

(Cada grupo deverá criar uma forma de converter.)

5 – Juntos, criar uma tabela sobre as unidades de medida criadas e o sistema métrico:

Criar uma tabela sobre as unidades de medida criadas e o sistema métrico:

UNIDADE PADRÃO CRIADA PELO GRUPO	UM(A) ___ EQUIVALE A ___
PARTE DA UNIDADE PADRÃO	UM(A) ___ EQUIVALE A ___
PARTE DA PARTE DA UNIDADE PADRAO	UM(A) ___ EQUIVALE A ___

6 – Atividade em grupos de 3 componentes cada, cuja seleção será feita por sorteio.

* Cada grupo recebe a seguinte tabela para preencher:

METRO	1	4			2,5		15
CENTÍMETRO	100		1000			70	
MILÍMETRO	1000			500			

7 – Discussão dos resultados:

* Como é que vocês fizeram as conversões?

Será solicitado aos alunos que eles mostrem como realizaram as conversões.

(Espera-se que utilizem a idéia de proporcionalidade).

AULA 05

OBJETIVOS:

Que o aluno:

- compreenda a existência das várias unidades de medida de comprimentos e relação existente entre elas;
- utilize a idéia da proporcionalidade para converter unidades;
- resolva situações do cotidiano, comparando e transformando unidades de medida.

PROCEDIMENTO:

1 – Atividades nº 6 e 7 da aula anterior.

2 – Atividade em grupos de três componentes cada:

* Cada grupo deverá converter em metros, centímetros e milímetros o que a turma toda mediu.

UNIDADE	TRILHOS DE ALUMÍNIO	SARRAFOS
PALMO		
METRO		
CENTÍMETRO		
MILÍMETRO		

(Espera-se que os alunos utilizem a idéia de proporcionalidade para realizar as conversões.)

3 – Questionamento sobre as conversões realizadas:

* Como foi feito o cálculo para converter as medidas para metros, centímetros e milímetros?

* Para efetuar a compra dos materiais, seria melhor utilizar metros, centímetros ou milímetros? Por quê?

4 – Escrever em metros, centímetros ou milímetros conforme solicitado em cada situação:

a) O quadro negro de nossa sala mede 410 cm e o quadro da sala ao lado mede 3,85 m. Qual dos quadros é maior? Mostre por quê.
b) Bernardo quis comprar um carretel de linha para construir uma pipa, mas ficou na dúvida se era suficiente, pois ele precisava de 10 m no mínimo, e no carretel dizia 100.000 mm.
c) A professora de Artes precisa de 50 cm de barbante por aluno para realizar uma atividade. Como na Escola há exatamente 140 alunos, quantos novelos de barbante serão necessários, sabendo que cada novelo possui 10m de barbante?
d) Quantos degraus possui a escada que leva do 1º andar de nossa Escola à sala da 4ª A? Qual a altura de cada um deles? O que nos dizem essas medidas?
e) Uma parede mede 6 metros e 15 centímetros, qual a medida em metros, centímetros e milímetros?
f) A largura de uma porta é 90 cm, qual sua largura em metros e milímetros?
g) O comprimento da quadra de esportes que está sendo coberta é de 36 metros, qual o comprimento em cm e mm? É útil ou necessário fazer essa transformação? Justifique.

5 – Correção da atividade anterior com discussão de cada situação.

* Como procederam para obter o resultado solicitado?

* Qual a melhor forma de comparar duas medidas?

* Para medir comprimentos existem somente as unidades vistas até o momento? Como você mediria a distância da Escola à sua casa?

(Anotar as diferentes unidades apresentadas)

6 – Tarefa de casa:

* Qual a distância de sua casa até a Escola?

AULA 06

OBJETIVOS:

Que o aluno:

- resolva situações do cotidiano, comparando e convertendo unidades de medida.

PROCEDIMENTO:

1 – Realização das atividades **d**, **e**, **f** e **g** da atividade nº 4 e atividade nº 5 da aula anterior.

AULA 07

OBJETIVOS:

Que o aluno:

- analise a situação e utilize os valores e unidades adequadas de acordo com a situação proposta;
- estime valores aproximados para cada situação.

PROCEDIMENTO:

1 – Formação de duplas e um trio para completar o texto com as medidas dadas:

A Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro Pretto, escola de turno integral, acolhe crianças de todas as localidades do Município. Em 2008 estão matriculados .... alunos, provenientes das .... localidades. A grande maioria utiliza transporte escolar. Para fazer uso do mesmo é necessário morar a pelo menos .... de distância da Escola. Os alunos que percorrem a maior distância são da localidade de Barra do Fão e percorrem .... diariamente.

A Escola possui uma área construída de .... Para cercar toda a Escola são necessários .... de tela, enquanto que para cercar a horta da Escola são necessários .... de tela.

A Escola está bem equipada tecnologicamente. Recentemente foi instalado um telecentro com .... computadores, cujo monitor é de .... o que significa que a diagonal da tela possui essa medida, que corresponde a .... centímetros. Há também .... televisores de ...., cuja diagonal da tela possui essa medida, o que corresponde a .... cm, e um televisor de .... que corresponde a ....cm.

Um dos materiais utilizados por todos os alunos é o lápis, mas a maioria possui lapiseira, cuja grafite possui espessura de .... ou de ...., pois esta não quebra com tanta facilidade.

Quanto aos cadernos, alguns possuem caderno grande, cujas medidas são .... de largura, que equivale a ...., e .... de altura, que equivale a .... Já os cadernos pequenos possuem .... de largura, que equivale a ...., e .... de altura, que equivale a ....

2 – Discussão dos valores utilizados para preencher determinados espaços:

* Por que utilizaram quilômetros e não metros?

* Por que utilizaram polegadas?

* Porque utilizaram milímetros?

* Por que não utilizaram metro para todas as medidas que apareceram?

AULA 08

OBJETIVOS:

Que o aluno:

- compreenda que a soma dos lados de um polígono é o perímetro desse polígono;

- reconheça que o perímetro pode ser calculado de forma diferente dependendo do polígono em questão;
- perceba que polígonos diferentes podem ter mesmo perímetro.

PROCEDIMENTO:

1 – Retornar ao texto da aula anterior:
* Quantos metros de tela são necessários para cercar a horta da Escola?
* Como podemos obter essa medida?
* É necessário medir os quatro lados da horta?
* Como poderíamos proceder de outra forma?

2 – Realização da atividade com base na medida dos lados da horta:

Recortar em papel quadriculado um retângulo semelhante à horta. Considerar que o lado de cada quadradinho equivale a um metro.

3 – Perímetro do Retângulo:
* Como podemos escrever essa soma dos lados da horta?
Esperamos que os alunos, através da atividade realizada consigam concluir como chegamos ao cálculo do perímetro do retângulo:

$$P = a + b + a + b \rightarrow P = a + a + b + b \rightarrow P = 2 \times a + 2 \times b$$

A partir da atividade realizada, ter condições de compreender o que é Perímetro.

* Podemos encontrar o perímetro de qualquer figura dessa forma?
* Como proceder em cada caso?
* E se tivermos um círculo, um poste ou canteiro redondo?

4 - Realização das seguintes atividades, individualmente:

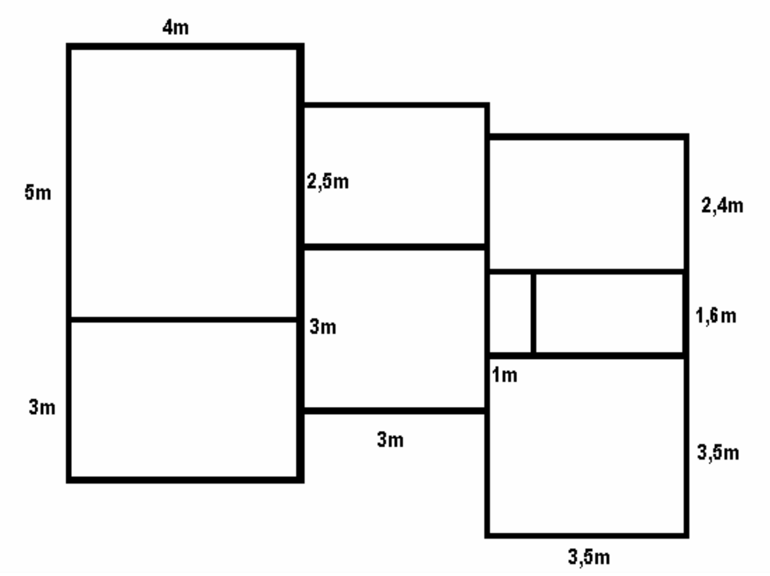
a) Quantos metros de tela que cercava a cancha, havia antes de ser coberta, sabendo que é um retângulo, cujos lados medem 36m e 26,50m.

b) Que retângulos poderíamos cercar utilizando a tela que foi retirada? Será possível cercar a horta da Escola? Falta, sobra, justifique.

c) Suponhamos que se queira trocar o rodapé das 5 salas do 2º piso da Escola, mas será colocado rodapé de cerâmica e não de madeira. Cada barra de cerâmica mede 40 cm, quantas barras de cerâmica serão necessárias?

d) Qual será o perímetro da quadra coberta?

e) Temos abaixo a planta baixa de uma casa, na qual pretende-se colocar rodaforro de gesso e rodapé de madeira. Que quantidade em metros e centímetros de cada material será necessário?



AULA 09

OBJETIVOS:

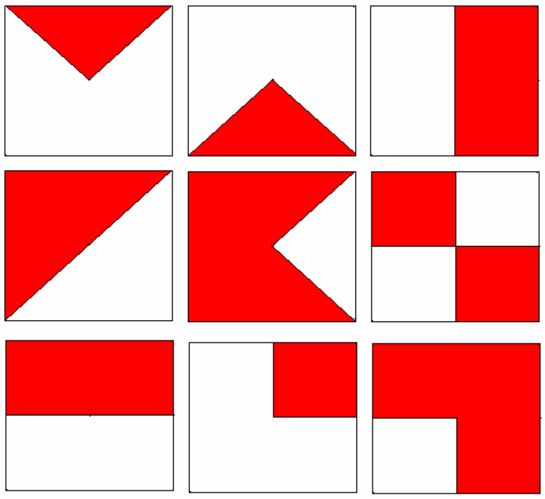
Que o aluno:

- perceba que diferentes regiões podem possuir áreas iguais;
- compreenda que figuras com perímetros diferentes podem ter mesma área;
- defina área de uma figura.

PROCEDIMENTO:

1 – Atividade individual:

** Quais das figuras abaixo possuem região colorida do mesmo tamanho? Justifique.*



Atividade adaptada: UMA DISCUSSÃO SOBRE O ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO NO ENSINO FUNDAMENTAL - LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA (LEMAT-DMAT-UFPE)

Cada aluno receberá a atividade, cujas figuras deverá observar e concluir quais possuem região colorida de mesmo tamanho e o por quê disso. Pode sobrepor as figuras, importante é que compare os triângulos, quadrados e retângulos que estão no quadrado inicial que é o mesmo em todas as situações.

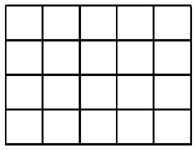
2 – Discussão da atividade:

* Quais são as figuras que possuem a região colorida de mesmo tamanho? Por quê?

* De que forma podemos mostrar isso?

3 – Figuras que possuem o mesmo número de quadradinhos (mesma área):

1 – A partir do retângulo abaixo, recorte outras figuras em papel quadriculado que possuam a mesma quantidade de quadradinhos:



4 – Conversação sobre as figuras recortadas:

* Todas as figuras são retângulos?
* Que tipos de figuras recortaram?
* O perímetro de todas é o mesmo?
* Como podemos chamar a parte interna dessas figuras formadas por quadradinhos?

5 – Atividade para diferenciar área de perímetro. Com essa questão que será realizada em duplas queremos que os alunos consigam diferenciar área de perímetro.

Muitos animais como gatos, aves e cachorros invadem a horta da Escola, portanto pensou-se que a melhor solução para evitar essas visitas seria cobrir toda horta com uma tela. Isso será possível? Qual a quantidade de tela necessária?

6 – Discussão das respostas obtidas:

* Como procederam para encontrar a quantidade de tela necessária?
* É importante saber o perímetro? Por quê?
* Qual a relação entre a quantidade de tela necessária para cobrir a horta e a quantidade de tela necessária para cercar a horta?
* É possível falar em área?
* Que outras situações tratam de área?
* Que unidade utilizamos, a mesma que utilizamos para medir comprimentos?

7 – Utilização do retângulo em papel quadriculado recortado para representar a horta da Escola.

* O que significa cada quadradinho?
* Se o lado de cada quadradinho equivale a 1 metro, qual a área de cada quadradinho? E da horta?

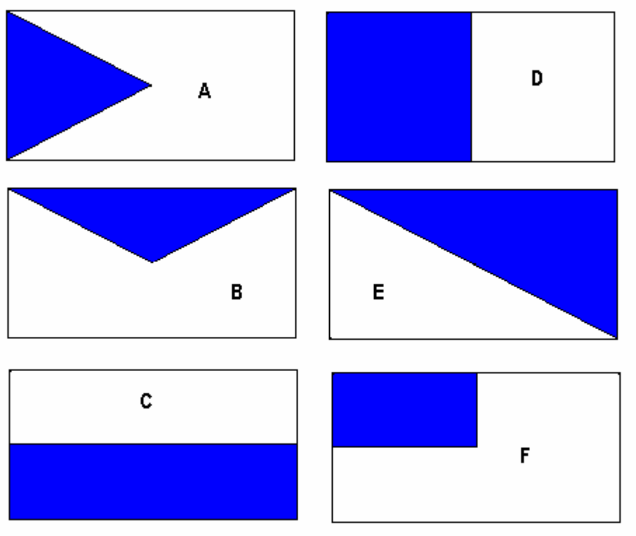
8 – Definição de área:

Em conjunto, a partir das atividades realizadas definir a área de uma figura.

* Como podemos encontrar a área comparando com outra figura que tomamos como unidade?

9 – Tarefa extra classe:

* Qual (quais) da(s) figura(s) possui(em) região colorida de maior tamanho?
* Quais figuras possuem região colorida de mesmo tamanho, mesma área?



AULA 10

OBJETIVOS:

Que o aluno:

- perceba a diferença entre perímetro e área;
- consiga relacionar superfície e área;
- construa o metro quadrado.

PROCEDIMENTO:

1 – Realização das atividades nº 5, 6, 7 e 8 da aula anterior.

2 – Verificação da área da sala de aula – a turma será dividida em três grupos de livre escolha, onde cada grupo deverá construir o instrumento de medida, que será o metro quadrado de jornal.

1 – Construir um metro quadrado com jornal;
2 – Com o auxílio desse instrumento criado, medir a área da sala de aula;
3 – Fazer desenho (planta baixa) da sala de aula numa folha quadriculada, onde cada metro quadrado corresponda a um quadradinho do papel quadriculado.

3 – Discussão da atividade realizada anteriormente, no grande grupo:

* A partir do metro quadrado construído, o que significa um metro quadrado?
* Qual o perímetro do metro quadrado construído?
* Qual a área da sala de aula? Por quê?
* O metro quadrado teve que ser repartido em algum momento? Por quê? Como resolveram ou resolveriam a situação?
* A área da sala tem alguma relação com o perímetro?
* Faz-se necessário utilizar um metro quadrado toda vez que se quer saber a área de qualquer espaço?
* Como podemos proceder de outra forma?

4 – Registro do cálculo da área da sala.

AULA 11

OBJETIVOS:

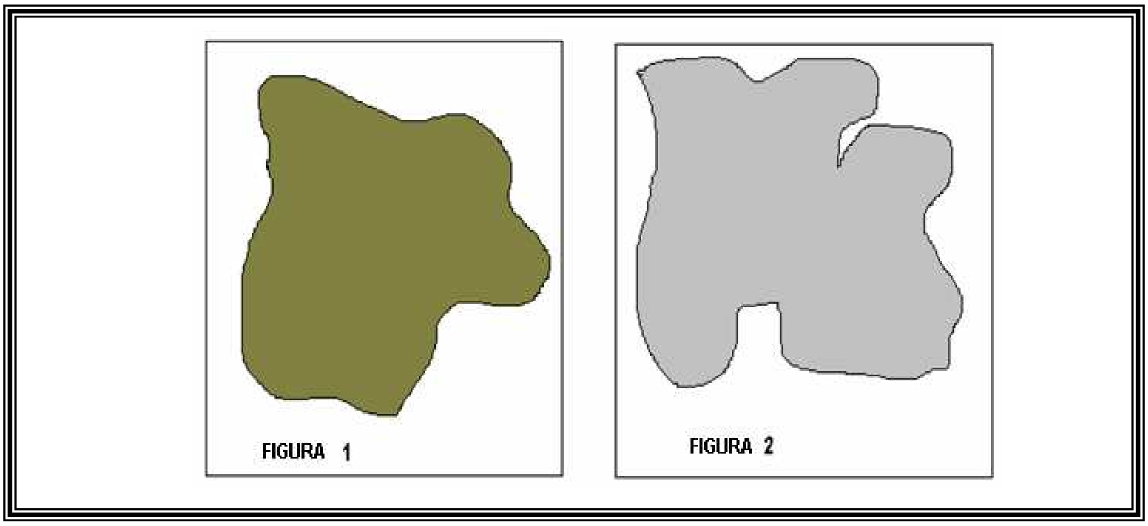
Que o aluno:

- calcule o perímetro e área aproximada de figuras sobrepostas em malhas quadriculadas;
- encontre formas de aproximar perímetro e área de regiões irregulares;
- utilize procedimentos e instrumentos de medidas para obter precisão no resultado;
- compreenda que é possível obter a área de qualquer região mesmo aproximada.

PROCEDIMENTO:

1 – Atividade do cálculo de área em diferentes regiões, figuras:

Cada aluno receberá uma figura, a qual deve ser sobreposta por uma malha quadriculada, onde cada quadradinho terá "um centímetro quadrado", ou seja, uma área correspondente a um quadradinho que tem 1 cm de lado.



2 – Discussão da atividade anterior.

* Quantos quadradinhos cabem em cada figura?

* O que representa a contagem desses quadradinhos?

* Qual das duas figuras possui maior área? E maior perímetro?

(Será aproveitado o momento para discutir as áreas de terras, localidades, municípios, cujos terrenos não formam figuras planas regulares como quadrados, retângulos,...,fazendo-se necessário, portanto, as aproximações.)

3 – Atividade em grupos, que serão formados por três alunos, escolhidos pela professora. Cada grupo receberá:

* um mapa do Município de Travesseiro com escala 1cm – 50000 cm (A professora inicialmente pede e se necessário, explica que cada centímetro do mapa corresponde a 50.000 cm, ou seja, 500m ou 0,5 km de terras. Então cada 4 quadradinhos correspondem a 1 km quadrado.);

* uma malha quadriculada, onde cada quadradinho terá um centímetro quadrado.

Estime a área de nosso Município utilizando o mapa do Município, cuja escala é 1:50.000 e a malha quadriculada, onde cada quadradinho possui 1 cm de lado.

4 – Discussão da atividade anterior:

* Qual a área aproximada do Município conforme a atividade? (Cada grupo poderá expor o resultado encontrado e explicar como procedeu.);

* Qual é a área mais próxima conforme dados do IBGE?

(Alunos pesquisarão no material existente na Biblioteca e trazido pela professora.)

* Que grupo encontrou a área mais próxima da real?

5 – Atividades sobre área para realizar individualmente.

1 – Qual a área ocupada pelo quadro negro de nossa sala? *2 – Tem-se um tapete de borracha para cobrir o chão de uma sala. O tapete é composto por 24 quadrados (todos separados) de um metro quadrado cada. Diga que medidas dos lados pode ter essa sala? O perímetro será o mesmo em todos os casos? A área muda se terei que utilizar todos os quadrados?* *3 – Calcule a área e o perímetro de cada uma das salas de aula da escola. Qual possui maior área? E maior perímetro?*

Na atividade 1 e 3, acredita-se que os alunos irão medir o quadro e as salas, mas no caso de alguém solicitar a planta da Escola, essa será fornecida.

AULA 12

OBJETIVOS:

Que o aluno:

- calcule perímetro e área de figuras sobrepostas em malhas quadriculadas;
- encontre formas de calcular perímetro e área de regiões irregulares;
- utilize procedimentos e instrumentos de medidas para obter precisão no resultado;
- pesquise e perceba a importância de obter resultados precisos;
- compreenda que é possível obter a área de qualquer região mesmo aproximada.

PROCEDIMENTO:

1 – Atividades nº 3, 4 e 5 da aula anterior.

AULA 13

OBJETIVOS:

Que o aluno:

- saiba medir, utilizando os instrumentos como régua e trena;
- consiga diferenciar área de perímetro;
- encontre o perímetro e a área;
- converta medidas de uma unidade para outra.

PROCEDIMENTO:

1 – Avaliação

NOME:...SÉRIE:.........DATA:............................

ATIVIDADES DE AVALIAÇÃO

1 – Diga qual a medida da linha abaixo, utilizando a régua para conferir:

2 – Meça a sua classe, faça um desenho, diga qual o valor do perímetro e da área. Escreva os cálculos que indicam cada valor.

3 – Uma pessoa mediu o comprimento de um corredor com passos. Cada passo media 60cm. Se a pessoa contou 25 passos e meio, qual a medida em metros e centímetros do corredor?

4 – Ana trouxe um carretel de linha contendo 92m de linha. Paulo trouxe um carretel onde dizia: 9200cm. Lúcia trouxe outro onde dizia 100 jardas. Em qual dos carretéis tinha mais linha? Justifique.
Lembrete: 1 jarda = 0,9144m

5 – Pedro tem 52m de tela. Ele quer fazer uma horta retangular ou quadrada e cercá-la com essa tela sem que falte, ou sobrem mais do que 5m da tela. Ajude-o dando pelo menos três sugestões.

6– Qual das figuras possui maior área colorida?
Entre A, B e C - justifique
Entre D, E e F – justifique